



**Образовательная автономная некоммерческая организация  
высшего образования**

**«Дагестанский гуманитарный институт»**

Адрес: 367000, Республика Дагестан, г. Махачкала, ул. Дахадаева, 136; ОГРН 1180571012203; ИНН 0572020227 /  
КПП 057201001, тел. +7 (8722) 94-00-60, e-mail: [mail@daggum.ru](mailto:mail@daggum.ru), контактное лицо: Магомедова З. Р.

Утверждаю  
Декан гуманитарно-экономического фа-  
культета  
\_\_\_\_\_ У.Д. Давлетмурзаева

«27» апреля 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.03.01 Линейная алгебра**

<b>Направление подготовки</b>	38.03.01 Экономика
<b>Профиль подготовки</b>	бухгалтерский учет, анализ и аудит
<b>Квалификация (степень) вы- пускника</b>	бакалавр
<b>Формы обучения:</b>	очная; заочная
<b>Сроки обучения:</b>	очно – 4 г.; заочно – 5 лет.

Формы обучения	Виды учебной работы и их трудоемкость					
	Всего	Лекции	Практические занятия	Промежуточный контроль	Самостоя- тельная рабо- та	Форма аттеста- ции
Очная	144	24	36		84	Экзамен
Заочная	144	6	8	9	121	Экзамен

**Махачкала, 2023**

Зайнулабидов Г.М. Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» Махачкала, ДГИ, 2023. 44с.

**Рецензенты:** Гаджимагомедов Г.Г., к.ф.-м.н., профессор кафедры высшей математики ДГТУ.  
Гаджимурадов М.А., к.ф.-м.н., профессор кафедры высшей математики ДГПУ.

Программа рассмотрена и одобрена на заседаниях:  
кафедры Экономики и информационных технологий  
(протокол № 9 от « 26 » 04 20 23 г.)  
Зав. кафедрой Гаджиев Г.Г., к.э.н., доцент 26.04.2023

методического совета ГЭФ ДГИ

(протокол № 3 от « 26 » 04 20 23 г.) (Пер. № Э -23-25)

Председатель совета Гаджиев Г.Г., к.э.н., доцент 26.04.2023

© ДГИ, Махачкала, 2023 г.  
© Зайнулабидов Г.М., Махачкала, 2023 г.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

**1.1. Цель** - дисциплины «Линейная алгебра» обеспечить уровень математической грамотности будущих экономистов, достаточный для математической постановки и решения классических оптимизационных задач управления и моделирования процессов управления.

### 1.2. Задачи:

- научить применять основные понятия и методы линейной алгебры для расчета различных количественных характеристик в задачах экономической теории и теории управления;
- сформировать умения использовать математические понятия и методы для разработки оптимальных решений в сфере экономики и управления.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА» В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Линейная Алгебра» относится к базовой части учебного плана подготовки бакалавров по направлению 38.03.01 Экономика. Профиль Бухгалтерский учет, анализ и аудит. Дисциплина «Линейная алгебра» является предшествующей для освоения дисциплин: «Математический анализ», «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Методы оптимальных решений», «Математические методы в экономике», «Эконометрика».

## 3. ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ И ТРУДОЕМКОСТЬ ИХ ИЗУЧЕНИЯ

Таблица 1

### Виды учебной работы и трудоемкость их изучения

Виды учебной работы	Трудоемкость	
	Очно	Заочно
Трудоемкость (час)	144	144
Трудоемкость( з.е.)	4	4
Контактная работа, всего	60	20
из них: лекции	24	6
практические занятия	36	8
лабораторные занятия		
Промежуточный контроль (экзамен)		9
Самостоятельная работа	84	121
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>144</b>

## 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Формируемые компетенции	Код и наименование индикатора достижения ОПК
-------------------------	--

<p>ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач</p>	<p>ОПК-2.1. Знает основные принципы и инструменты линейной алгебры, математического анализа и статистики для сбора и обработки данных при решении экономических задач.  ОПК-2.2. Умеет применять статистические методы сбора и обработки данных, анализировать и содержательно интерпретировать их для решения поставленных экономических задач.  ОПК-2.3. Владеет статистическими и математическими методами и моделями для решения поставленных экономических задач.</p>
--	--

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 2

### 5.1. Содержание разделов программы

№ п/п	Раздел программы	Содержание
1.	Модуль 1	1 курс ,1 семестр
1.1.	Введение в векторную и линейную алгебру.	Векторы, система векторов, базис и ранг системы векторов. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису. Уравнения прямой и плоскости, простейшие задачи.
2.	Модуль 2	
2.1.	Определители и их свойства	Определения определителей второго и третьего порядков. Операции над определителями и свойства определителей. Вычисление определителей, миноры и алгебраические дополнения. Определители высших порядков.
3.	Модуль 3	
3.1.	Матрицы.	Основные операции над матрицами. Ранг матрицы. Виды матриц, элементарные преобразования матрицы. Примеры применения матриц в экономике. Собственные значения и собственные вектора матриц.
4.	Модуль 4	

4.1.	Системы линейных алгебраических уравнений и неравенств. Однородные системы линейных уравнений.	Теорема Кронекера-Капелли, решение систем линейных алгебраических уравнений методами: Крамера, Гаусса, обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
4.2.	Приложение систем линейных уравнений.	Задача распределения ресурсов, модель Леонтьева многоотраслевой экономики, балансовые уравнения, продуктивная модель Леонтьева, модель линейного обмена, линейная модель торговли.

Таблица 3

## 5.2. Тематический план изучения дисциплины

№ п/п	Раздел программы	Виды занятий и трудоемкость их изучения								Формируемые компетенции
		Лекции		Практические занятия		Промежуточный контроль		Самостоятельная работа		
		очно	заочно	очно	заочно	очно	заочно	очно	заочно	
<b>Модуль 1.</b>										
1.1.	Введение в векторную и линейную алгебру.	3	1	6	2			21	21	ок-3,пк-3,опк-3
<b>Модуль 2.</b>										
2.1.	Определители и их свойства	4	1	6	2			21	25	ок-3,пк-3,опк-3
<b>Модуль 3.</b>										
3.1.	Матрицы	4	1	10	2			21	25	ок-3,пк-3,опк-3
<b>Модуль 4.</b>										
4.1.	Системы линейных алгебраических уравнений и неравенств . Однородные системы линейных уравнений.	4	2	12	1			12	25	ок-3,пк-3,опк-3
4.2.	Приложение систем линейных уравнений	3	1	8	1			9	25	ок-3,пк-3,опк-3
	Промежуточный контроль	9								
	<b>ИТОГО</b>	24	6	36	8			9	84	121

## 5.3. Тематика практических занятий

№ п/п	Раздел программы	Тема практического занятия	Задания или вопросы для обсуждения	Учебно-методические материалы
1.	Модуль 1			
1.1.	Введение в векторную и линейную алгебру	Тема занятия1 Векторы, система векторов, базис и ранг системы векторов, Тема занятия2. уравнения прямой и простейшие задачи. Тема занятия3. Уравнения плоскости и простейшие задачи.	Задачи [4]с.28-29,с.35-36 [6]с.47-50,с.53-54,с.57-58,с.98-102,с.106-107.	[1-6]
2.	Модуль 2			
2.1.	Определители и их свойства	Тема занятия1 Свойства определителей , Тема занятия2 Миноры и алгебраические дополнения, Тема занятия3. Вычисление определителей	Задачи [5]с.14-15 [6]с.18-21.	[1-6]
3.	Модуль 3			
3.1.	Матрицы	Тема занятия1 Сложение и умножение матриц. Основные операции над матрицами. Тема занятия2 Ранг матрицы. Тема занятия 3. Виды матриц, элементарные преобразования матрицы Тема занятия4 Вычисления обрат-	Задачи [5]с.15-16 [6]с.18-21.	[1-6]

		<p>ной матрицы Тема занятия5 Решение матричных уравнений Тема занятия6 Элементарные преобразования матрицы.</p>		
4	Модуль 4			
4.1.	<p>Системы линейных алгебраических уравнений и неравенств . Однородные системы линейных уравнений.</p>	<p>Тема занятия1 Теорема Кронекера-Капелли, Тема занятия2. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера. Тема занятия3 Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса . Тема занятия4 Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы. Тема занятия5 Приведение систем уравнений к треугольному виду. Тема6. Необходимое и достаточное условия существования решений , фундаментальная система решений. Тема занятия1 Применение расширенной матрицы к решению систем уравнений.</p>	<p>Задачи [5]с.22-24 [6]с.38-42. Задачи [6]с.39-40.</p>	[1-6]
4.2.	Приложение си-	Тема занятия1	Задачи	[1-6]



	стем линейных уравнений	Задача распределения ресурсов. Тема занятия2 Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Тема занятия3 Модель линейного обмена. Линейная модель торговли.	[6]с.30-40.	
--	-------------------------	---	-------------	--

#### 5.4. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине. Планирование времени на самостоятельную работу, необходимого на изучение дисциплины, студентам лучше всего осуществлять на весь период изучения, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала.

##### **Основные направления самостоятельной работы**

1. Работа над теоретическим материалом. Изучение вопросов дисциплины для промежуточной аттестации;
2. Подготовка к лекционным и практическим занятиям;
3. Выполнение домашних заданий;
4. Выполнение контрольных итоговых заданий по каждому разделу.

Задания для самостоятельного выполнения представлены в Приложении 1 (Фонд оценочных средств).

#### 6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Линейная алгебра». Перечень видов оценочных средств соответствует рабочей программе дисциплины. Оценочные средства представлены в Приложении 1 в виде Фонда оценочных средств (ФОС) для проведения текущей и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине и включает в себя:

- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе изучения данной дисциплины;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Формирование оценки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины осуществляется с ис-

пользованием балльно-рейтинговой системы оценки знаний обучающихся, требования к которым изложены в Положении о модульно-рейтинговой системе оценки знаний студентов ДГИ.

В организации модульно-рейтинговой системы важное место играет принцип распределения баллов по различным видам деятельности студента. Для расчета баллов, полученных студентом за модуль, и итогового рейтинга с учетом трудоемкости дисциплины, включенной в учебный план, из всех показателей выводится средний балл (кроме самостоятельной работы), показатели которой суммируются. Итоговый балл студента по дисциплине, изучение которой рассчитано на несколько семестров определяется как среднее арифметическое итоговых баллов.

Итоговый рейтинг по отдельному модулю учебной дисциплины включает в себя сумму баллов за посещение занятий, активность, рубежный контроль и самостоятельную работу.

Рейтинговые баллы, в общем, по всем модулям за вышеуказанные виды деятельности распределяются следующим образом:

- посещение – максимум 30 баллов, пропорционально посещенным занятиям (начисление баллов за посещение занятия, (вне зависимости от вида: лекция, практическое занятие, и т.д.) осуществляется следующим образом:

- неявка на занятие – 0 баллов;
- посещение занятия – 1 балл;
- активность – 1-20 баллов (за активность на занятии (практическом), выраженная в решении определенных стандартных и нестандартных задач, ответах на поставленные преподавателем вопросы и выполненные задания);
- рубежный контроль – 1-20 баллов;
- самостоятельная работа – максимум 30 баллов (домашняя работа – 15 баллов, контрольная работа – 15 баллов).

Для сдачи зачета необходимо набрать минимум 51 балл.

Для допуска к экзамену – необходимо набрать минимум 51 б. Засчитываются на экзамене баллы от 0 до 30 баллов. Окончательная оценка по дисциплине выводится в ведомость с учетом баллов экзамена:

- «удовлетворительно» – 51-69,
- «хорошо» – 70-84,
- «отлично» – 85 и выше.

В течение семестра работа на практических занятиях (текущий контроль), сдача контрольных заданий (рубежный контроль) оценивается преподавателем, ведущим занятия, и баллы заносятся в электронную ведомость.

## 7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Курс предусматривает чтение лекций и проведение практических занятий. В лекциях излагается основное содержание тем учебной дисциплины. Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

1. Информационные технологии: использование электронных образовательных ресурсов (электронный конспект, размещенный в локальной системе вуза) при подготовке к лекциям и практическим занятиям. В процессе изучения дисциплины, подготовки к лекциям и выполнению практических работ используются персональные компьютеры с установленными стандартными программами MS Office (Microsoft Office Word — текстовый процессор, Microsoft Office Excel — табличный процессор, Microsoft Office PowerPoint — приложение для подготовки презентаций) и доступом к Internet-ресурсам посредством Интернет-браузеров (Opera, Google Chrome, Yandex и др.), что должно позволить студенту:

- осуществлять поиск информационных источников в сети Internet;
- реализовывать педагогическое взаимодействие;
- участвовать в виртуальных интеллектуальных конкурсах студентов;
- проходить компьютерное тестирование;
- использовать в учебном процессе информационно-коммуникационные средства (смартфоны, планшеты, телевизоры, удаленный доступ к учебно-методическим материалам) и т.п.

2. Игровой метод: совместной работы студентов в группе при проведении практических занятий, при выполнении самостоятельных работ, выполнении групповых домашних заданий, разбор конкретных ситуаций.

3. Метод тематических дискуссий, обсуждение проблемных вопросов.

## **8. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ**

В процессе изучения дисциплины, подготовки к лекциям и выполнению практических работ используются персональные компьютеры с установленными стандартными программами MS Office (Microsoft Office Word — текстовый процессор, Mathematica, Maple, Mat LAB, Mathcad, Microsoft Office Excel — табличный процессор и доступом к Internet-ресурсам посредством Интернет-браузеров (Opera, Google Chrome, Yandex и др.), что должно позволить студенту:

- осуществлять поиск информационных источников в сети Internet;
- реализовывать педагогическое взаимодействие;
- участвовать в виртуальных интеллектуальных конкурсах студентов;

- проходить компьютерное тестирование;
- использовать в учебном процессе информационно-коммуникационные средства (смартфоны, планшеты, телевизоры, удаленный доступ к учебно-методическим материалам) и т.п.

### **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Для проведения занятий по дисциплине необходимо иметь:

*учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа и занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенную специализированной мебелью, видеопроекционным оборудованием, экраном, средствами звуковоспроизведения, выход в сеть Интернет и локальную сеть вуза, а так же наборами демонстрационного оборудования и учебных наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации;*

*учебную аудиторию для самостоятельной работы обучающихся, 14 автоматизированных рабочих мест с выходом в сеть Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду.*

Таблица 6

#### **Технические средства обучения**

№	Наименование мебели и оргтехники	Учебное помещение		
		для чтения лекций	для проведения практ. занятий	для проведения лабор. работ
1.	Мультимедиапроектор, 1 ед.	1	1	
2.	Проекционный экран, 1 ед.	1	1	
3.	Ноутбук, 1 ед.	1	1	
4	Персональные компьютеры, 20 ед.		1	
5	Интерактивная доска, 1 шт	1	1	
6	Лазерная указка, 1 шт.	1	1	

### **10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Учебно-методическое обеспечение дисциплины составляет:

- рабочая программа дисциплины;
- оценочные средства;
- презентации;
- программные средства (Microsoft Windows, Microsoft Office);
- рукописи учебных материалов;
- методические рекомендации по выполнению учебных заданий и по их контролю;
- алгоритмов решения задач;
- наглядные пособия, таблицы, схемы и т.п.

### **11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЕМЫМ**

Методические указания студентам должны раскрывать рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса (или его раздела/части), практических и/или семинарских занятий, и практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д. Методические указания должны мотивировать студента к самостоятельной работе и не подменять учебную литературу.

Указывается **перечень** учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также методические материалы на бумажных и/или электронных носителях, выпущенные кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий:

- рабочие тетради студентов;
- наглядные пособия;
- гlossарий (словарь терминов по тематике дисциплины);
- тезисы лекций,
- раздаточный материал и др.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% общего количества часов, должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Задания для самостоятельной работы составляются по разделам и темам, по которым не предусмотрены аудиторские занятия, либо требуется дополнительно проработать и проанализировать рассматриваемый преподавателем материал в объеме запланированных часов.

Задания по самостоятельной работе могут быть оформлены в виде таблицы с указанием **конкретного** вида самостоятельной работы:

- конспектирование первоисточников и другой учебной литературы;

- проработка учебного материала (по конспектам лекций учебной и научной литературе) и подготовка докладов на практических занятиях, к участию в тематических дискуссиях и деловых играх;

- поиск и обзор научных публикаций и электронных источников информации, подготовка заключения по обзору;

-выполнение контрольных работ;

-решение задач, упражнений;

-работа с тестами и вопросами для самопроверки;

-моделирование и/или анализ конкретных проблемных ситуаций ситуации;

-обработка статистических данных, нормативных материалов;

-анализ статистических и фактических материалов, составление выводов на основе проведенного анализа и т.д.

Самостоятельная работа должна носить систематический характер, быть интересной и привлекательной для студента.

Результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем и учитываются при аттестации студента (зачет, экзамен). При этом проводятся: тестирование, экспресс-опрос на семинарских и практических занятиях, заслушивание докладов, проверка письменных работ и т.д.

## **12. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **12.1 Основная литература**

1. Линейная алгебра[Электронный ресурс]: Учебник для вузов. Авторы: Ильин В.А., Позняк Э.Г. Издательство: ФИЗМАТЛИТ, 2010 г.-280 с. <http://www.knigafund.ru/books/87558>

2. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие. Автор: Геворкян П.С. Издательство: ФИЗМАТЛИТ, 2011 г.-205 с. <http://www.knigafund.ru/books/112592>

3.Зайнулабидов Г.М., Исаева П.М./Учебное пособие/Курс лекций по линейной алгебре [Электронный ресурс]: Махачкала, 2014.-89 с.

4. Ключин В.Л. Высшая математика для экономистов. Задачи, тесты, упражнения. М.: изд. «Юрайт», 2013. – 105с.

5. Зайнулабидов Г.М, Гусейнов Б.М. Краткий курс математики для экономического бакалавриата. Часть 1. Махачкала, Малая полиграфия,2017.

6. Хуснутдинов Р.Ш. Жухарев Р.А. Математика для экономистов в примерах и задачах. – Спб.: «Лань», 2012.

7. Ширкунова, Н. В. Линейная алгебра : практикум / Н. В. Ширкунова, Г. О. Вафодорова, Е. В. Ларькина. - Москва : РИО Российской таможенной академии, 2019. - 162 с. - ISBN 978-5-9590-1095-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1844242> (дата обращения: 03.03.2022). – Режим доступа: по подписке.

8. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учебное пособие / Б. М. Рудык. - Москва : ИНФРА-М, 2019. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004533-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1010102> (дата обращения: 03.03.2022). – Режим доступа: по подписке.

## 12.2. Дополнительная литература

1. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия: учебное пособие для студентов I курса факультета международного бизнеса, направление подготовки 080100 «Экономика». [Электронный ресурс]: Автор: Углирж Ю.Г. Издательство: Издательство Омского государственного университета им. Ф.М. Достоевского, 2013 г.-148 с.

<http://www.knigafund.ru/books/172663>

2. Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс]: учебник. Кремер Н.Ш. Издательство: Юнити-Дана, 2012 г.-481 с.

<http://www.knigafund.ru/books/149228>

3. Тыртышников Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Тыртышников Е.Е.— Электрон. текстовые данные.— М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.— 480 с.— Режим доступа: <http://www.znanium.ru/12925>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Магазинников Л.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Магазинников Л.И., Магазинникова А.Л.— Электрон. текстовые данные.— Томск: Эль Контент, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2012.— 180 с.— Режим доступа: <http://www.znanium.ru/13861>.— ЭБС «IPRbooks»

## 12.3. Интернет-ресурсы (автор, название работы, электронный адрес)

1. <http://www.knigafund.ru/> Электронно-библиотечная система «КнигаФонд»
2. <http://www.znanium.ru/> Электронно-библиотечная система Znanium— научно-образовательный ресурс.
3. <http://www.lexed.ru> Федеральный центр образовательного законодательства
4. <http://www.gov.ru/> - сервер органов государственной власти

5. <http://pravo.gov.ru/> - официальный интернет-портал правовой информации
6. <http://www.garant.ru/> - информационно-правовой портал
7. <https://www.consultant.ru> КонсультантПлюс
8. <http://www.ict.edu.ru/lib> - Электронная библиотека портала «Информационно-коммуникационные технологии в образовании». Учебные и методические материалы по информационным технологиям с открытым доступом.
9. [www.vlibrary.ru](http://www.vlibrary.ru) – Сводный электронный каталог библиотечной системы образования и науки (ЭКБСОН)
10. [www.bookchamber.ru](http://www.bookchamber.ru) – сайт Российской книжной палаты.
11. [www.skbr2.nilc.ru](http://www.skbr2.nilc.ru) – Сводный каталог библиотек России в свободном доступе
12. [www.rsi.ru](http://www.rsi.ru) – Российская государственная библиотека (РГБ).
13. [www.liart.ru](http://www.liart.ru) – Российская государственная библиотека по искусству. Информационный, научный, консультативный сайт по проблемам искусства.
14. <http://www.ecsocman.edu.ru> Федеральный образовательный портал - ЭКОНОМИКА, СОЦИОЛОГИЯ, МЕНЕДЖМЕНТ
15. <http://www.ict.edu.ru> Портал "Информационно-коммуникационные технологии в образовании"
16. <http://www.law.edu.ru> Юридическая россия - образовательный правовой портал
17. Бесплатная электронная библиотека онлайн "Единое окно к образовательным ресурсам" <http://window.edu.ru/>
18. <http://www.en.edu.ru> Естественно-научный образовательный портал
19. <http://www.informika.ru> Информика. Сервер Министерства образования РФ и ГосНИИ Информационных технологий и телекоммуникаций.
20. <http://www.rustest.ru> Федеральный центр тестирования
21. [www.niivo.hetnet.ru](http://www.niivo.hetnet.ru) – сайт НИИВО. Доступ к электронным журналам, книгам и базам данных по педагогике.
22. [aspirans.com](http://aspirans.com) – Научные публикации в журналах, входящих в перечень ВАК.
23. [www.allmath.ru](http://www.allmath.ru) – математический портал
24. [eqworld.ipmnet.ru](http://eqworld.ipmnet.ru) – EqWorld – Мир математических уравнений (алгебраические, дифференциальные, интегральные и функциональные уравнения).



**ЛИСТ АКТУАЛИЗАЦИИ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.03.01. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

<b>Учебный год</b>	<b>Внесенные изменения</b>	<b>Преподаватель (ФИО)</b>	<b>Протокол заседания кафедры (дата, номер), ФИО зав. кафедрой, подпись</b>

*Примечание:*

*В таблице указывается только характер изменений (например, изменение темы, списка источников по теме или темам, средств промежуточного контроля) с указанием пунктов рабочей программы. Само содержание изменений оформляется приложением по сквозной нумерации.*



Образовательная автономная некоммерческая организация  
высшего образования

«Дагестанский гуманитарный институт»

Адрес: 367000, Республика Дагестан, г. Махачкала, ул. Дахадаева, 136; ОГРН 1180571012203; ИНН 0572020227 /  
КПП 057201001, тел. +7 (8722) 94-00-60, e-mail: [mail@daggum.ru](mailto:mail@daggum.ru), контактное лицо: Магомедова З. Р.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
**ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ**  
**АТТЕСТАЦИИ**

**Б1.О.03.01 Линейная алгебра**

<b>Направление подготовки</b>	38.03.01 Экономика
<b>Профиль подготовки</b>	бухгалтерский учет, анализ и аудит
<b>Квалификация (степень) выпускника</b>	вы- бакалавр
<b>Формы обучения:</b>	очная; заочная

Махачкала, 2023

## 1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ, ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств (ФОС) является неотъемлемой частью рабочей программы дисциплины «Линейная алгебра» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся (в т.ч. по самостоятельной работе студентов, далее — СРС), освоивших программу данной дисциплины.

Целью фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика.

Рабочей программой дисциплины «Линейная алгебра» предусмотрено формирование следующих компетенций: ОПК-2.1. Знает основные принципы и инструменты линейной алгебры, математического анализа и статистики для сбора и обработки данных при решении экономических задач.

## 2. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины (модуля), и используемые оценочные средства приведены в нижеприведенных таблицах.

Перечень оценочных средств, рекомендуемых для заполнения таблицы 1 (в ФОС не приводится, используется только для заполнения таблицы).

Таблица 1

Деловая (ролевая) игра	Доклад
Коллоквиум	Творческое задание
Кейс-задание	Устный опрос
Контрольная работа	Эссе
Круглый стол (дискуссия)	Тест для проведения зачета/дифференцированного зачета (зачета с оценкой)/экзамена
Курсовая работа/курсовой проект	Задания/вопросы для проведения зачета/дифференцированного зачета (зачета с оценкой)/экзамена
Расчетно-графическая работа	
Решение задач (заданий)	
Тест (для текущего контроля)	

Перечень оценочных средств необходимости может быть дополнен.

### 2.1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ

Компетенции/контролируемые этапы	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции	Показатели	Наименование оценочного средства
----------------------------------	--	------------	----------------------------------

<p>ОПК-2.1. Знает основные принципы и инструменты линейной алгебры, математического анализа и статистики для сбора и обработки данных при решении экономических задач.</p>	<p>ОПК-2.2. Умеет применять статистические методы сбора и обработки данных, анализировать и со-держательно интерпретировать их для решения поставленных экономических задач. ОПК-2.3. Владеет статистическими и математическими методами и моделями для решения поставленных экономических задач.</p>	<p><b>Знает:</b> основные определения, понятия и методы изучаемых разделов «Линейной алгебры»; векторы и системы векторов; элементы аналитической геометрии; определители и их свойства; матрицы и их виды; основные операции над матрицами; методы анализа и решения систем линейных уравнений; однородные системы уравнений; приложение систем линейных уравнений <b>Умеет:</b> формулировать основные результаты изучаемых разделов; уметь использовать математический аппарат теории матриц; уметь применять адекватные модели и методы «Линейной алгебры» для выработки оптимальных решений в сфере экономики и управления. <b>Владеет:</b> методами количественного анализа и моделирования; применением математического аппарата теории матриц и систем линейных уравнений для принятия адекватных управленческих решений.</p>	<p>Тесты, практическое задание, контрольные задания.</p>
--	---	---	--

## 2.2. ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	85-100	70-84	51-69	0-50
Бинарная шкала		Зачтено	Незачтено	

## 2.3. ОЦЕНИВАНИЕ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
<b>Отлично</b> (повышенный уровень)	1. Полнота выполнения практического задания. 2. Своевременность выполнения задания.	Студентом задание решено самостоятельно. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логических рассуждениях, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задание решено рациональным способом.
<b>Хорошо</b> (базовый уровень)	3. Последовательность и рациональность	Студентом задание решено с подсказкой преподавателя. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задание решено нераци-

	выполнения задания.	ональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.
<b>Удовлетворительно</b> (пороговый уровень)	4. Самостоятельность решения. 5. и т.д.	Студентом задание решено с подсказками преподавателя. При этом задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задание решено не полностью или в общем виде.
<b>Неудовлетворительно</b> (уровень не сформирован)		Студентом задание не решено.

## 2.4.ОЦЕНИВАНИЕ ВЫПОЛНЕНИЯ ТЕСТОВ

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
<b>Отлично</b> (повышенный уровень)	1. Полнота выполнения тестовых заданий.	Выполнено 27-30 заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
<b>Хорошо</b> (базовый уровень)	2. Своевременность выполнения. 3. Правильность ответов на вопросы.	Выполнено 22-26 заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; однако были допущены неточности в определении понятий, терминов и др.
<b>Удовлетворительно</b> (пороговый уровень)	4. Самостоятельность тестирования.	Выполнено 19-21 заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан неполный ответ на поставленный вопрос, в ответе не присутствуют доказательные примеры, текст со стилистическими и орфографическими ошибками.
<b>Неудовлетворительно</b> (уровень не сформирован)		Выполнено 1-18 заданий предложенного теста, на поставленные вопросы ответ отсутствует или неполный, допущены существенные ошибки в теоретическом материале (терминах, понятиях).

## 2.5.ТРЕБОВАНИЯ К РЕФЕРАТУ

Написание рефератов не предусматриваются.

## 2.6.ОЦЕНИВАНИЕ ОТВЕТА НА ЗАЧЕТЕ

2-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии

<p><b>Зачтено</b> (удовлетворительный уровень знания)</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Полнота изложения теоретического материала.</li> <li>2. Полнота и правильность решения практического задания.</li> <li>3. Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий).</li> <li>4. Самостоятельность ответа.</li> <li>5. Культура речи.</li> </ol>	<p>Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.</p> <p>Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.</p> <p>Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.</p>
<p><b>Незачтено</b> (неудовлетворительный уровень знания)</p>		<p>Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено. Т.е. студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.</p>

## 2.7.ОЦЕНИВАНИЕ ОТВЕТА НА ЭКЗАМЕНЕ

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
<b>Отлично</b> (повышенный уровень)	1. Полнота выполнения задания. 2. Своевременность выполнения задания.	Студентом задание решено самостоятельно. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логических рассуждениях, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задание решено рациональным способом.
<b>Хорошо</b> (базовый уровень)	3. Последовательность и рациональность выполнения задания. 4. Самостоятельность решения.	Студентом задание решено с подсказкой преподавателя. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задание решено нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.
<b>Удовлетворительно</b> (пороговый уровень)	5. и т.д.	Студентом задание решено с подсказками преподавателя. При этом задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задание решено не полностью или в общем виде.
<b>Неудовлетворительно</b> (уровень не сформирован)		Студентом задание не решено.

## 3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

### 3.1. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

#### Перечень заданий и вопросов

1. Работа с литературой, где предусмотрены применение элементов линейной алгебры в решениях реальных экономических задач (доклады, статьи).

### 3.2. ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Задания 1.

1. Написать выражение для определителя матрицы второго порядка  $\Delta = |A_2|$  в общем виде.
2. Схематично изобразить Правило Звезды для вычисления определителя матрицы третьего порядка  $\Delta = |A_3|$
3. Дать Определение Минора  $M_{ij}$  матрицы  $n$ -го порядка  $A_n$
4. Написать формулу Алгебраического Дополнения  $A_{ij}$  матрицы  $n$ -го порядка  $A_n$
5. Написать выражение для вычисления определителя матрицы третьего порядка  $\Delta = |A_3|$  по Теореме Лапласа, то есть разложение по любой строке или любому столбцу:
  - а) либо в общем виде
  - б) либо для любого (уникального) численного примера задания 2.
1. Для системы линейных уравнений  $A_n X_n^1 = B_n^1, |A| \neq 0$  выписать через алгебраические дополнения  $A_{ij}$  присоединенную матрицу  $A^*$ . Выписать формулы обратной матрицы  $A^{-1}$ , решения  $X$ .
2. Для системы линейных уравнений третьего порядка  $AX = B$  выписать по методу Крамера выражения для  $\Delta_i, i=1,2,3$  и решение системы линейных уравнений  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$  через  $\Delta_i$ .
3. Дать определение ранга матрицы (через миноры).
4. Чему равен ранг ступенчатой матрицы?
5. Дать формулировку Теоремы Кронекера-Капелли для системы линейных уравнений  $A_m^n X_n^1 = B_m^1$



### 3.3. ТЕМЫ ПИСЬМЕННЫХ РАБОТ.

1. Введение в векторную и линейную алгебру
2. Определители и их свойства
3. Матрицы
4. Системы линейных алгебраических уравнений и неравенств . Однородные системы линейных уравнений.
5. Приложение систем линейных уравнений

### 3.4. ТЕМАТИКА РЕФЕРАТОВ

Рефераты не предусматриваются.

### 3.5. ПРИМЕРНЫЕ ТЕМЫ ЭССЕ

Темы эссе не предусматриваются.

### 3.6. ВОПРОСЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) ДЛЯ ТЕКУЩЕЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ:

**Модуль 1.** Векторы, система векторов, базис и ранг системы векторов, уравнения прямой и простейшие задачи. Уравнения плоскости и простейшие задачи.

**Модуль 2.** Свойства определителей , миноры и алгебраические дополнения, вычисление определителей.

**Модуль 3.** Сложение и умножение матриц. Основные операции над матрицами. Ранг матрицы. Виды матриц, элементарные преобразования матрицы

Вычисления обратной матрицы. Решение матричных уравнений. Элементарные преобразования матрицы.

**Модуль 4.** Теорема Кронекера-Капелли, решение систем линейных алгебраических уравнений методом Крамера. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса .Решение систем линейных алгебраических уравнений методом обратной матрицы. Приведение систем уравнений к треугольному виду. Необходимое и достаточное условия существования решений , фундаментальная система решений. Применение расширенной матрицы к решению систем уравнений. Задача распределения ресурсов. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Модель линейного обмена. Линейная модель торговли.

### Контроль по модулю №1

#### Контроль 1.1

#### Тема «Элементы векторной алгебры»

1. Найти координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если  $A(3,5,-1)$ ,  $B(2,7,9)$ .

2. Являются ли векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  и  $\vec{b} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$  коллинеарными?
3. Найти модуль вектора  $\vec{a} = (1, 0, 3)$ .
4. Найти векторное произведение векторов  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ .
5. Найти смешанное произведение векторов  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -3\vec{i} + 12\vec{j} + 6\vec{k}$ .
6. Определить, при каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = m\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} - m\vec{k}$  перпендикулярны.
7. Показать, что векторы  $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -3\vec{i} + 12\vec{j} + 6\vec{k}$  компланарны.
8. Даны вершины треугольника  $A(5, -8)$ ,  $B(-3, 3)$ ,  $C(3, 5)$ . Определить длину медианы, проведенной из вершины  $A$ .
9. Являются ли векторы  $\vec{c}(4, 0, 3, 0)$  и  $\vec{b}(0, 3, 4, -1)$  ортогональными?
10. Являются ли векторы  $(1, 2, -4, 1, 2)$ ,  $(-2, -4, 8, -1, -2)$  линейно зависимыми?
11. Задана система векторов, образующих ортогональный базис:  $\vec{a}_1(3, 0, 0, 0)$ ,  $\vec{a}_2(0, 4, 0, 0)$ ,  $\vec{a}_3(0, 0, 3, 0)$ ,  $\vec{a}_4(0, 0, 0, 1)$ . Найти координаты вектора  $\vec{a}(5, 1, 0, 3)$  в этом базисе.

## Контроль 1.2

### Тема «Элементы векторной алгебры»

1. Найти координаты вектора  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ , если  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  и  $\vec{b} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ .
2. Найти длину вектора  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ .
3. Являются ли векторы  $\vec{a} = (2, 1, -3)$  и  $\vec{b} = (3, 6, 4)$  перпендикулярными?
4. Найти векторное произведение векторов  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 7\vec{i} + 4\vec{k}$ .
5. Найти смешанное произведение векторов  $\vec{a} = \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{c} = -3\vec{i} + \vec{k}$ .

6. Найти длину диагоналей параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}(0,-1,1)$  и  $\vec{b}(1,1,1)$ .
7. Выяснить, при каком значении  $m$  векторы  $\vec{a}(m,-1,2)$ ,  $\vec{b}(1,2,-3)$ ,  $\vec{c}(3,-4,7)$  компланарны.
8. Вычислить площадь  $\Delta ABC$ , если  $A(3,-1,4)$ ,  $B(2,4,5)$ ,  $C(4,4,5)$ .
9. Являются ли векторы  $\vec{a}(5,1,0,3)$  и  $\vec{c}(4,0,3,0)$  ортогональными?
10. Являются ли векторы  $(1,3,-1,3,1)$ ,  $(-1,-3,1,-3,-1)$  линейно зависимыми?
11. Задана система векторов, образующих ортогональный базис:  $\vec{a}_1(3,0,0,0)$ ,  $\vec{a}_2(0,4,0,0)$ ,  $\vec{a}_3(0,0,3,0)$ ,  $\vec{a}_4(0,0,0,1)$ . Найти координаты вектора  $\vec{c}(4,0,3,0)$  в этом базисе.

### Контроль 1.3

#### Тема «Элементы векторной алгебры»

1. Найти координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если  $A(2,7,0)$ ,  $B(-1,3,-4)$ .
2. Являются ли векторы  $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$  коллинеарными?
3. Найти модуль вектора  $\vec{a} = -2\vec{i} + 5\vec{k}$ .
4. Найти векторное произведение векторов  $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{k}$ .
5. Найти смешанное произведение векторов  $\vec{a} = (1,0,1)$ ,  $\vec{b} = (2,1,3)$ ,  $\vec{c} = (-4,0,1)$ .
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = -\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ , используя геометрический смысл векторного произведения.
7. Выяснить, при каком значении  $m$  векторы  $\vec{a}(m,-1,2)$ ,  $\vec{b}(1,2,-3)$ ,  $\vec{c}(3,-4,7)$  компланарны.
8. Проверить, могут ли векторы  $\vec{a} = 7\vec{i} + 6\vec{j} - 6\vec{k}$  и  $\vec{b} = 6\vec{i} + 2\vec{j} + 9\vec{k}$  быть сторонами квадрата.

9. Являются ли векторы  $\vec{c}(4,6,3,0)$  и  $\vec{d}(0,-1,2,2)$  ортогональными?
10. Являются ли векторы  $(1,3,-1,3,1)$ ,  $(-1,-3,1,-3,-1)$  линейно зависимыми?
11. Задана система векторов, образующих ортогональный базис:  $\vec{a}_1(3,0,0,0)$ ,  $\vec{a}_2(0,4,0,0)$ ,  $\vec{a}_3(0,0,3,0)$ ,  $\vec{a}_4(0,0,0,1)$ . Найти координаты вектора  $\vec{c}(4,0,3,0)$  в этом базисе.

### Контроль 1.4

#### Тема «Элементы векторной алгебры»

1. Определить модуль вектора  $\vec{c} = 3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ .
2. Найти скалярное произведение векторов  $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ .
3. Найти векторное произведение векторов  $\vec{a} = (1,0,1)$ ,  $\vec{b} = (2,1,3)$ .
4. Найти смешанное произведение векторов  $\vec{a} = 4\vec{j} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -4\vec{i} + \vec{k}$ .
5. Являются ли векторы  $\vec{a} = (1,-2,5)$  и  $\vec{b}(5,0,-1)$  перпендикулярными?
6. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах  $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{k}$ .
7. В треугольнике  $ABC$ , где  $A(3,-1,2)$ ,  $B(1,2,-1)$ ,  $C(-1,1,-3)$ . Найти вектор медианы  $A\vec{M}$ .
8. Проверить, лежат ли точки  $A(3,-1,4)$ ,  $B(2,4,5)$ ,  $C(4,4,5)$ ,  $D(1,0,0)$  в одной плоскости.
9. Являются ли векторы  $\vec{a}(5,-2,0,3)$  и  $\vec{d}(0,1,2,1)$  ортогональными?
10. Являются ли векторы  $(0,2,0,1,2)$ ,  $(0,4,0,2,-4)$  линейно зависимыми?
11. Задана система векторов, образующих ортогональный базис:  $\vec{a}_1(3,0,0,0)$ ,  $\vec{a}_2(0,4,0,0)$ ,  $\vec{a}_3(0,0,3,0)$ ,  $\vec{a}_4(0,0,0,1)$ . Найти координаты вектора  $\vec{d}(0,1,2,2)$  в этом базисе.

#### Контроль по модулю №2 и №3

1. Заданы матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Найдите: 1)  $A + 2C$ , 2)  $A \cdot B$ , 3)  $A^2$ , 4)  $A^T$ .

2. Вычислите определители.

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \end{vmatrix} \quad 2) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 4 & 5 \end{vmatrix} \quad 3) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 7 \\ 1 & 0 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} \quad 4) \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 & 9 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 6 & -8 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 8 & 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

4. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 & 5 \\ 4 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  с помощью элементарных преобразований.

5. Имеет ли матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$  обратную? Если имеет, найдите ее.

6. Заданы матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ,

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Найдите: 1)  $2B - D$ , 2)  $C \cdot D$ , 3)  $C^2$ , 4)  $B^T$ .

7. Вычислите определители.

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{vmatrix} -1 & 2 & 7 \\ 2 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \end{vmatrix} \quad 2) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 1 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} \quad 3) \begin{vmatrix} 1 & 7 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 11 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 8 & 3 \end{vmatrix} \quad 4) \\
 \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 & 1 \\ 7 & 7 & 7 & 7 & 7 \\ 2 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 2 & 0 & 4 \end{vmatrix}
 \end{array}$$

8. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 6 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .

9. Найдите ранг матрицы  $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 1 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{vmatrix}$  с помощью элементарных преобразований.

10. Имеет ли матрица  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  обратную? Если имеет, найдите ее.

11. Заданы матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Найдите: 1)  $3A - C$ , 2)  $A \cdot C$ , 3)  $E^3$ , 4)  $C^T$ .

11. Вычислите определители.

$$1) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} \quad 2) \begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 4 & 0 \end{vmatrix} \quad 3) \begin{vmatrix} -6 & -1 & 0 & 7 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 5 & 0 & 2 \end{vmatrix} \quad 4) \begin{vmatrix} -1 & 3 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 5 & 1 & 0 \\ 8 & 1 & 8 & 8 & 8 \end{vmatrix}$$

12. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 4 & 2 \\ 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \end{pmatrix}$ .

13. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$  с помощью элементарных преобразований.

14. Имеет ли матрица  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$  обратную? Если имеет, найдите ее.

15. Заданы матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Найдите: 1)  $B - 3D$ , 2)  $C \cdot B$ , 3)  $F^3$ , 4)  $D^T$ .

16. Вычислите определители.

$$1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 7 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad 2) \begin{vmatrix} 6 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix} \quad 3) \begin{vmatrix} 4 & 5 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 7 & 8 & 3 & 1 \end{vmatrix} \quad 4)$$

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -3 & 3 \\ 1 & 5 & 6 & 1 \\ -5 & 5 & 5 & -5 \\ 7 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

17. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 10 & 2 & 6 & 4 & 2 \\ -3 & 9 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .

18. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  с помощью элементарных преобразований.

19. Имеет ли матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$  обратную? Если имеет, найдите ее.

#### Контроль по модулю №4

1. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 3x + y = 9 \\ x - 2y - z = 5 \\ 3x + 4y - 2z = 13 \end{cases}$  методом Крамера.

2. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} 2x - 3y + z = 2 \\ x + 5y - 4z = -5 \\ 4x + y - 3z = -4 \end{cases}$

3. Решить систему уравнений из задания 1 методом обратной матрицы, предварительно найдя обратную матрицу методом Гаусса.

4. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений  $\begin{cases} x + 3y + z + u = 0 \\ 2x + y - z + 2u = 0 \\ x - 2y - 2z + u = 0 \\ 3x + 4y + 3u = 0 \end{cases}$ .



5. Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,2 \\ 0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$ . Найти изменение 1) конечного продукта  $\Delta Y$  при данном изменении вектора валового продукта  $\Delta X = \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \end{pmatrix}$ ; 2) валового выпуска  $\Delta X$  при необходимом изменении вектора конечного продукта  $\Delta Y = \begin{pmatrix} 55 \\ 110 \end{pmatrix}$ .

6. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - 3y - z + 6 = 0 \\ 3x + 4y + 3z + 5 = 0 \\ x + y + z + 2 = 0 \end{cases}$  методом Крамера.

7. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 2x - 3y + z = 0 \\ 3x - 2y + 4z = 5 \\ x - y + 3z = 3 \end{cases}$ .

8. Решить систему уравнений из задания 1 методом обратной матрицы, предварительно найдя обратную матрицу методом Гаусса.

9. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений  $\begin{cases} x + 3y - 2z + u = 0 \\ 2x - y - z + 2u = 0 \end{cases}$ .

10. Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,4 \\ 0,5 & 0,2 \end{pmatrix}$ . Найти изменение 1) конечного продукта  $\Delta Y$  при данном изменении вектора валового продукта  $\Delta X = \begin{pmatrix} 140 \\ 100 \end{pmatrix}$ ; 2) валового выпуска  $\Delta X$  при необходимом изменении вектора конечного продукта  $\Delta Y = \begin{pmatrix} 52 \\ 104 \end{pmatrix}$ .

11. Решить систему уравнений  $\begin{cases} -2x + y + 6 = 0 \\ x - 2y - z = 5 \\ 3x + 4y - 2z = 13 \end{cases}$  методом Крамера.

12. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} x + 2y - 3z + 2u = 4 \\ 2x - 3y + z - u = 6 \\ 3x - y - 2z - u = 10 \\ 4x + 3y - 5z - 2u = 3 \end{cases}$ .

13. Решить систему уравнений из задания 1 методом обратной матрицы, предварительно найдя обратную матрицу методом Гаусса.

14. Найти фундаментальную систему решений однородной системы урав-

$$\text{нений} \begin{cases} 2x - 3y + z + u = 0 \\ x - 4y + 2z - 3u = 0 \\ -x - y + z - 4u = 0 \end{cases}$$

15. Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,6 & 0,2 \end{pmatrix}$ . Найти изменение 1) конечного продукта  $\Delta Y$  при данном изменении вектора валового продукта  $\Delta X = \begin{pmatrix} 100 \\ 120 \end{pmatrix}$ ; 2) валового выпуска  $\Delta X$  при необходимом изменении вектора конечного продукта  $\Delta Y = \begin{pmatrix} 92 \\ 138 \end{pmatrix}$ .

16. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 3x + 2y + 2z = -2 \\ x - 2y + z = 1 \end{cases}$  методом Крамера.

17. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} x + 2y - 3z + u = -9 \\ 3x - 4y + 2z - 2u = 15 \\ 2x + 2y + 3z + 3u = 0 \\ 5x - y - 2z - 5u = 12 \end{cases}$ .

18. Решить систему уравнений из задания 1 методом обратной матрицы, предварительно найдя обратную матрицу методом Гаусса

19. Найти фундаментальную систему решений однородной системы урав-

$$\text{нений} \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2x + 3y - z = 0 \\ 3x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

20. Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,3 \\ 0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$ . Найти изменение 1) конечного продукта  $\Delta Y$  при данном изменении вектора валового продукта  $\Delta X = \begin{pmatrix} 150 \\ 100 \end{pmatrix}$ ; 2) валового выпуска  $\Delta X$  при необходимом изменении вектора конечного продукта  $\Delta Y = \begin{pmatrix} 45 \\ 90 \end{pmatrix}$ .

21. Решить систему уравнений  $\begin{cases} -2x + 2y - 3z = -3 \\ 3x - 5y + 2z = 6 \\ 3x + y + 3z = 4 \end{cases}$  методом Крамера.

22. Решить систему уравнений методом Гаусса 
$$\begin{cases} 2x + 5y - 8z = 8 \\ 4x + 3y - 9z = 9 \\ 2x + 3y + -5z = 7 \\ x + 8y - 7z = 12 \end{cases}$$

23. Решить систему уравнений из задания 1 методом обратной матрицы, предварительно найдя обратную матрицу методом Гаусса.

24. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений 
$$\begin{cases} 2x + y - z + 3u = 0 \\ 3y - z + 5u = 0 \\ -x + y + u = 0 \end{cases}$$
.

25. Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,3 \\ 0,2 & 0,5 \end{pmatrix}$ . Найти изменение 1) конечного продукта  $\Delta Y$  при данном изменении вектора валового продукта  $\Delta X = \begin{pmatrix} 180 \\ 120 \end{pmatrix}$ ; 2) валового выпуска  $\Delta X$  при необходимом изменении вектора конечного продукта  $\Delta Y = \begin{pmatrix} 60 \\ 90 \end{pmatrix}$ .

26. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ 3x + 2y - 2z = -6 \\ x + 3y + 3z = 15 \end{cases}$$
 методом Крамера.

27. Решить систему уравнений методом Гаусса 
$$\begin{cases} 7x - 4y + z = 5 \\ -x + 5y - 4z = 1 \\ x - 3y + 3z = 2 \\ -2x + 6y - 6z = -4 \end{cases}$$
.

28. Решить систему уравнений из задания 1 методом обратной матрицы, предварительно найдя обратную матрицу методом Гаусса.

29. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений 
$$\begin{cases} x - y + 4z = 0 \\ -2x + 2y - 8z = 0 \end{cases}$$
.

30. Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,2 \\ 0,3 & 0,1 \end{pmatrix}$ . Найти изменение 1) конечного продукта  $\Delta Y$  при данном изменении вектора валового продукта  $\Delta X = \begin{pmatrix} 200 \\ 100 \end{pmatrix}$ ; 2) валового выпуска  $\Delta X$  при необходимом изменении вектора конечного продукта  $\Delta Y = \begin{pmatrix} 55 \\ 110 \end{pmatrix}$ .

31. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x - 2y + 3z = 1 \\ 3x + 2y - 2z = -8 \\ 4x + 3y + 5z = 5 \end{cases}$  методом Крамера.

32. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} 2x + 3y - 3z + 4u = 1 \\ x - 2y + 4z - 3u = 3 \\ 3x + y - 3z - u = 2 \end{cases}$ .

33. Решить систему уравнений из задания 1 методом обратной матрицы, предварительно найдя обратную матрицу методом Гаусса.

34. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений  $\begin{cases} 3x + 9y - 4z = 0 \\ 2x + 6y - 3z = 0 \\ x + 3y - z = 0 \\ x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$ .

35. Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,7 \\ 0,4 & 0,1 \end{pmatrix}$ . Найти изменение 1) конечного продукта  $\Delta Y$  при данном изменении вектора валового продукта  $\Delta X = \begin{pmatrix} 140 \\ 110 \end{pmatrix}$ ; 2) валового выпуска  $\Delta X$  при необходимом изменении вектора конечного продукта  $\Delta Y = \begin{pmatrix} 70 \\ 120 \end{pmatrix}$ .

36. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ 2x + 3y - z = 4 \\ 3x + y - 4z = 0 \end{cases}$  методом Крамера.

37. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} 3x + 4y - z + 2u = 9 \\ x - 7y + 2z - u = 3 \\ 2x + 3y - z + 3u = 8 \\ -x - 5y + 6z - 10u = 3 \end{cases}$ .

38. Решить систему уравнений из задания 1 методом обратной матрицы, предварительно найдя обратную матрицу методом Гаусса.

39. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений  $\begin{cases} x - y + 2z + 3u = 0 \\ 3x - 2y + z - u = 0 \end{cases}$ .

40. Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,4 \\ 0,5 & 0,1 \end{pmatrix}$ . Найти изменение 1) конечного продукта  $\Delta Y$  при данном изменении вектора валового про-

дукта  $\Delta X = \begin{pmatrix} 210 \\ 130 \end{pmatrix}$ ; 2) валового выпуска  $\Delta X$  при необходимом изменении вектора конечного продукта  $\Delta Y = \begin{pmatrix} 80 \\ 140 \end{pmatrix}$ .

41. Решить систему уравнений  $\begin{cases} x + 2y - 3z = 5 \\ 2x - y - z = 1 \\ x + 3y + 4z = 6 \end{cases}$  методом Крамера.

42. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} 3x - y - 2z = 1 \\ x + y - z = 5 \\ 4x - 2y - 3z = -2 \\ 2x + 2y - 2z = 10 \end{cases}$ .

43. Решить систему уравнений из задания 1 методом обратной матрицы, предварительно найдя обратную матрицу методом Гаусса.

44. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений  $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 0 \\ x - 2y + 2z = 0 \end{cases}$ .

45. Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 \\ 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}$ . Найти изменение 1) конечного продукта  $\Delta Y$  при данном изменении вектора валового продукта  $\Delta X = \begin{pmatrix} 180 \\ 100 \end{pmatrix}$ ; 2) валового выпуска  $\Delta X$  при необходимом изменении вектора конечного продукта  $\Delta Y = \begin{pmatrix} 60 \\ 120 \end{pmatrix}$ .

46. Решить систему уравнений  $\begin{cases} 2x - 3y + 4z = -3 \\ 7x - y - 2z = 2 \\ 5x - 2y + 3z = 2 \end{cases}$  методом Крамера.

47. Решить систему уравнений методом Гаусса  $\begin{cases} x + y + 3z - 2u + 3t = 1 \\ 2x + 2y + 4z - u + 3t = 2 \\ 3x + 3y + 5z - u + 3t = 1 \\ 2x + 2y + 8z - 3u + 9t = 2 \end{cases}$ .

48. Решить систему уравнений из задания 1 методом обратной матрицы, предварительно найдя обратную матрицу методом Гаусса.

49. Найти фундаментальную систему решений однородной системы уравнений  $\{ x - 2y + z + u = 0$ .

Дана матрица прямых затрат  $A = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,4 \\ 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$ . Найти изменение 1) конечного продукта  $\Delta Y$  при данном изменении вектора валового продукта

$\Delta X = \begin{pmatrix} 160 \\ 90 \end{pmatrix}$ ; 2) валового выпуска  $\Delta X$  при необходимом изменении вектора конечного продукта  $\Delta Y = \begin{pmatrix} 80 \\ 110 \end{pmatrix}$ .

### **3.7. ВОПРОСЫ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ (ЭКЗАМЕН/ЗАЧЕТ):**

1. Понятие вектора.
2. Свойства векторов.
3. Линейные и нелинейные операции над векторами.
4. Понятие векторного и линейного пространства.
5. Что называется линейным пространством? Приведите примеры.
6. Что называется n-мерным вектором?
7. Дайте определение линейных операций над n-мерными векторами. Что называется линейной комбинацией векторов?
8. 8.Что называется арифметическим n-мерным векторным пространством, евклидовым линейным пространством? Приведите примеры.
9. В каком случае система векторов называется линейно независимой?
10. Определение матрицы.
11. Виды матриц.
12. Элементы матрицы.
13. Частные случаи матриц.
14. Назвать свойства матриц.
15. Линейные операции над матрицами.
16. Нелинейные операции над матрицами.
17. Транспонирование матриц. Пример.
18. Понятие определителя.
19. Вычисление определителей.
20. Основные свойства определителей.
21. Сформулируйте свойства определителей и докажите их для определителей 3–го порядка 2.

22. Для квадратных матриц  $A$  и  $B$  3–го порядка докажите формулу  $\det(A \cdot B) = (\det A) \cdot (\det B)$ .
23. Сформулируйте свойства определителей и докажите их для определителей 3–го порядка.
24. Для квадратных матриц  $A$  и  $B$  3–го порядка докажите формулу  $\det(A \cdot B) = (\det A) \cdot (\det B)$ .
25. Понятие детерминант.
26. Понятие минор.
27. Если дописать единичную матрицу к матрице  $A$  и с помощью элементарных преобразований строк привести матрицу  $A$  к единичной, то на месте единичной матрицы окажется искомая обратная матрица. Обоснуйте это утверждение.
28. Если матрица  $A$  не может быть приведена к единичной, то это означает, что она вырожденная. Обоснуйте это утверждение.
29. Формула Крамера.
30. Понижение порядка определителя
31. Алгоритм решения систем линейных уравнений.
32. Назначение метода Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
33. Определение систем линейных уравнений.
34. Общее решение системы линейных уравнений. Частные решения.
35. Метод исключения переменных Гаусса.
36. Свойства систем уравнений: совместность, несовместность, определенность, неопределенность.
37. Нахождение общего решения системы линейных уравнений.
38. Нахождение частного решения системы линейных уравнений.
39. Исследование систем линейных уравнений
40. Решение неопределенных систем линейных уравнений.
41. Вычисление матричного полинома.

### 3.8. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ

1. Найти координаты вектора  $\overrightarrow{AB}$ , если  $A(3,5,-1)$ ,  $B(2,7,9)$ .
2. Являются ли векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$  и  $\vec{b} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$  коллинеарными?
3. Найти модуль вектора  $\vec{a} = (1,0,3)$ .
4. Найти векторное произведение векторов  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ .
5. Найти смешанное произведение векторов  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 6\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -3\vec{i} + 12\vec{j} + 6\vec{k}$ .
6. Определить, при каком значении  $m$  векторы  $\vec{a} = m\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$  и  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} - m\vec{k}$  перпендикулярны.
7. Показать, что векторы  $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 4\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -3\vec{i} + 12\vec{j} + 6\vec{k}$  компланарны.
8. Даны вершины треугольника. Определить длину медианы, проведенной из вершины  $A$ .
9. Являются ли векторы  $\vec{v}(0,3,4,-1)$  ортогональными?
10. Являются ли векторы  $(1,2,-4,1,2)$ ,  $(-2,-4,8,-1,-2)$  линейно зависимыми?
11. Задана система векторов, образующих ортогональный базис:  $\vec{a}_1(3,0,0,0)$ ,  $\vec{a}_2(0,4,0,0)$ ,  $\vec{a}_3(0,0,3,0)$ ,  $\vec{a}_4(0,0,0,1)$ . Найти координаты вектора  $\vec{a}(5,1,0,3)$  в этом базисе.

Таблица 6

### 3.9. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ

№	Раздел программы	Количество часов		Задания	Литература	Формы отчетности и аттестации
		офо	зфо			
<b>Модуль 1.</b>						
1.1.	Введение в векторную и линейную алгебру.	9	3	Векторы, система векторов, базис и ранг системы векторов. Линейная зависимость векто-	Задачи [4]с.28-29,с.35-36 [6]с.47-50,с.53-54,с.57-58,с.98-102,с.106-107.	контроль №1



				ров. Разложение вектора по базису. Уравнения прямой и плоскости, простейшие задачи.		
<b>Модуль 2.</b>						
2.1.	Определители и их свойства	10	3	Определения определителей второго и третьего порядков. Операции над определителями и свойства определителей. Вычисление определителей, миноры и алгебраические дополнения. Определители высших порядков.	Задачи [5]с.14-15 [6]с.18-21.	контроль №2
<b>Модуль 3.</b>						
1.1.	Матрицы	14	3	Основные операции над матрицами. Ранг матрицы. Виды матриц, элементарные преобразования матрицы. Примеры применения матриц в экономике. Собственные значения и собственные вектора матриц.	Задачи [5]с.15-16 [6]с.18-21.	контроль №3
<b>Модуль 4.</b>						
4.1	Системы линейных алгебраических уравнений и неравенств. Однородные системы линейных уравнений. Приложение систем линейных уравнений	27	11	Теорема Кронекера-Капелли, решение систем линейных алгебраических уравнений методами: Крамера, Гаусса, обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса. Необходимое и достаточное условия существования решений, фундаментальная система решений. Геометрическая интерпретация систем линейных уравнений. Задача	Задачи [5]с.22-24 [6]с.38-42. Задачи [6]с.39-40. Задачи [6]с.30-40.	контроль №4

			распределения ресурсов, модель Леонтьева многоотраслевой экономики, балансовые уравнения, продуктивная модель Леонтьева, модель линейного обмена, линейная модель торговли.		
--	--	--	---	--	--

#### **4.МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ.**

Каждое практическое занятие состоит из последовательно сменяющих друг друга блоков: решения тестовых заданий, обсуждения вынесенных в план вопросов, работ с контрольными заданиями. Тестовые задания представляют собой перечень из нескольких вопросов, каждое из заданий предполагает выбор одного из предлагаемых вариантов ответа. За каждое правильно выполненное соответствующее задание начисляется соответствующий первичный балл.

Устные ответы студентов оцениваются по двум направлениям.

Первое включает в себе степень полноты содержания и предполагает проверку наличия в ответе основных математических суждений и фактов, причинно-следственных связей между ними.

Второе предполагает оценивание степени самостоятельности владения материалом по линейной алгебре, в том числе оригинальности и аргументированности собственных суждений.

Работа в группах подразумевает коллективное взаимодействие в формате малых групп, нацеленное на формулировку предложений по разрешению поставленной проблемы.

В экзаменационный билет включено три вопроса виз всей программы. Экзамен проводится в устной или письменной форме. На подготовку и ответ студенту отводится 20 минут.

Для получения удовлетворительной оценки необходимо отразить в ответе не менее 50% информации по каждому из предложенных вопросов.

## АННОТАЦИЯ

### Рабочей программы дисциплины «Б1.О.03.01 Линейная алгебра»

**1. Цель освоения дисциплины** – «Линейная алгебра» обеспечить уровень математической грамотности будущих экономистов, достаточный для математической постановки и решения классических оптимизационных задач управления и моделирования процессов управления.

#### Основные задачи дисциплины:

- научить применять основные понятия и методы линейной алгебры для расчета различных количественных характеристик в задачах экономической теории и теории управления;
- сформировать умения использовать математические понятия и методы для разработки оптимальных решений в сфере экономики и управления.

#### 2. Место дисциплины «Линейная алгебра» в структуре ОПОП

Дисциплина «Линейная Алгебра» относится к базовой части учебного плана подготовки бакалавров по направлению 38.03.01 Экономика. Профиль Бухгалтерский учет, анализ и аудит. Дисциплина «Линейная алгебра» является предшествующей для освоения дисциплин: «Математический анализ», «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Методы оптимальных решений», «Математические методы в экономике», «Эконометрика».

#### 3. Планируемые результаты обучения

Формируемые компетенции	Код и наименование индикатора достижения ОПК
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Знает основные принципы и инструменты линейной алгебры, математического анализа и статистики для сбора и обработки данных при решении экономических задач. ОПК-2.2. Умеет применять статистические методы сбора и обработки данных, анализировать и содержательно интерпретировать их для решения поставленных экономических задач. ОПК-2.3. Владеет статистическими и математическими методами и моделями для решения поставленных экономических задач.

#### 4. Трудоемкость дисциплины

Формы обучения	Виды учебной работы и их трудоемкость					
	Всего	Лекции	Практические занятия	Промежуточный контроль	Самостоятельная работа	Форма аттестации
Очная	144	24	36		84	Экзамен
Заочная	144	6	8	9	121	Экзамен