



**Образовательная автономная некоммерческая организация
высшего образования**

«Дагестанский гуманитарный институт»

Адрес: 367000, Республика Дагестан, г. Махачкала, ул. Дахадаева, 136; ОГРН 1180571012203; ИНН 0572020227 /
КПП 057201001, тел. +7 (8722) 94-00-60, e-mail: mail@daggum.ru, контактное лицо: Магомедова З. Р.

Утверждаю
Декан гуманитарно-экономического
факультета
_____ У.Д. Давлетмурзаева

«27» марта 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.03.03 Математический анализ

Направление подготовки	38.03.01 Экономика
Профиль подготовки	бухгалтерский учет, анализ и аудит
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Формы обучения:	очная; заочная
Сроки обучения:	очно – 4 г.; заочно – 5 лет.

Формы обучения	Виды учебной работы и их трудоемкость					
	Всего	Лекции	Практические занятия	Промежуточный контроль	Самостоятельная работа	Форма аттестации
Очная	288	48	72		168	
2 семестр	144	24	36		84	зачет
3 семестр	144	24	36		84	экзамен
Заочная	288	14	20	13	241	
3 семестр	144	6	8	4	126	зачет
4 семестр	144	8	12	9	115	экзамен

Махачкала, 2025

Аскеров А.С. Рабочая программа дисциплины «Математический анализ». Махачкала, ДГИ, 2025. - 68 с.

Рецензенты: Гаджимагомедов Г.Г., профессор кафедры высшей математики ДГТУ, к.ф.-м.н.

Гаджимурадов М.А., профессор ДГПУ, к.ф.-м.н.

Программа рассмотрена и одобрена на заседаниях:

кафедры Экономики и информационных технологий

(протокол № 8 от « 19 » 03 20 25 г.)

Зав. кафедрой Гаджиев Г.Г., к.э.н., доцент

19.03.2025

методического совета ГЭФ ДГИ

(протокол № 3 от « 27 » 03 20 25 г.)

(Рег. № Э -25-26)

Председатель совета Гаджиев Г.Г., к.э.н., доцент

27.03.2025

© ДГИ, Махачкала, 2025
© Аскеров А.С., 2025

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель – ознакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения как теоретических, так и практических задач, теоретического и прикладного характера; привить студентам умение и навыки к самостоятельному изучению учебной литературы по математическому анализу; развить логическое мышление и повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки математического исследования прикладных задач и умение сформулировать задачи по специальности на математическом языке.

Задачи дисциплины:

подготовить студента к математическому моделированию задач в профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ» В СТРУКТУРЕ ОПОП

Учебная дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части учебного плана.

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

теория вероятностей и математическая статистика; эконометрика; методы оптимальных решений; математические методы и модели в экономике; исследование операций, теория игр и т.д.

Таблица 1

3. ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ И ТРУДОЕМКОСТЬ ИХ ИЗУЧЕНИЯ

Виды учебной работы	Трудоемкость	
	очно	заочно
Трудоемкость, часов	288	288
Трудоемкость, з.е.	8	8
Контактная работа, всего	120	34
из них: лекции,	48	14
практические занятия,	72	20
лабораторные занятия.		
Промежуточный контроль		13
Самостоятельная работа	168	241
в т.ч. курсовая работа (проект)		
Итоговая аттестация	зач, экз.	зач, экз.

4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Формируемые компетенции	Код и наименование индикатора достижения УК
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку	ОПК-2.1. Знает основные принципы и инструменты математического анализа и статистики для сбора и

и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	<p>обработки данных при решении поставленных экономических задач.</p> <p>ОПК-2.2. Умеет применять статистические методы сбора и обработки данных, анализировать и содержательно интерпретировать их для решения поставленных экономических задач, а также применять методы математического анализа и моделирования для сбора и обработки данных при решении поставленных экономических задач.</p> <p>ОПК-2.3. Владеет статистическими и математическими методами и моделями для решения поставленных экономических задач.</p>
--	---

5. СОДЕРЖАНИЕ

Таблица 2

5.1. Содержание разделов программы

№ п/п	Раздел программы	Содержание <i>(курсивом выделены вопросы, излагаемые на лекции)</i>
1.	Модуль 1.	1курс (2 семестр)
1.1.	Введение в анализ	Рациональные числа, их изображение на числовой оси. Множество действительных чисел и их свойства. Числовые и точечные множества на числовой оси. Абсолютная величина действительного числа. Ограниченные числовые множества, их точные границы. Понятия и способы задания функции. Монотонные, четные, нечетные, ограниченные, периодические, сложные и обратные функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
1.2.	Предел и непрерывность.	Числовая последовательность, ее предел. Операции над пределами сходящихся последовательностей. Предел монотонной последовательности. Число и натуральные логарифмы. Предельные точки множества. Предел функции в точке. Различные случаи пределов. Односторонние пределы. Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и большие функции, их свойства. Операции над пределами функций. Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва функции и их классификация. Свойства функций непрерывных на отрезке. Непрерывность обратной функции. Непрерывность основных элементарных функций.
2	Модуль 2.	
2.1.	Производная и дифференциал функции.	Задачи, приводящие к понятию производной. Понятие производной. Геометрический и физический смысл производной. Производная суммы, произведения и частного. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций.

		Таблица производных. Параметрическое задание функции и её дифференцирование. Дифференциал функции. Приложение дифференциала к приближенным вычислениям. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора, Маклорена. Разложение функций в многочлен.
2.2.	Приложение производной и дифференциала.	Приложения производной к вычислению пределов. Правила Лопиталю. Условия монотонности функции. Экстремум. Необходимое и достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции. Выпуклость и вогнутость, точки перегиба функции. Асимптоты. Общее исследование функции и построение ее графика. Приложения производной и дифференциала к задачам технологии и экономики.
	Модуль 3.	2 курс (3 семестр)
3.1.	Функции нескольких переменных.	n-мерное евклидово пространство. Окрестность точки. Связность. Понятие области. Функция нескольких переменных, её предел и непрерывность. Частные производные. Дифференцируемость и полный дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложной функции. Неявные функции, их существование и дифференцирование. Экстремум. Необходимое и достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных. Производная по направлению. Градиент.
3.2	Неопределенный интеграл.	Первообразная функция и неопределенный интеграл. Таблица интегралов. Непосредственное интегрирование. Метод подведения под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям. Интегрирование методом замены переменной. Интегрирование рациональных, тригонометрических, иррациональных выражений.
	Модуль 4.	
4.1	Определенный интеграл.	Определение и свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла к задачам технологии. Площади плоских фигур. Длина дуги плоской кривой. Объем тела вращения. Статистические моменты и центр тяжести. Приложения определенного интеграла в экономических исследованиях.
4.2	Дифференциальные уравнения.	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Начальные условия и задачи Коши. Методы решения некоторых дифференциальных уравнений первого порядка. Уравнения, допускающие понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с

		постоянными коэффициентами. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Дифференциальные уравнения колебаний. Приложение дифференциальных уравнений в экономике.
--	--	---

5.2. Тематический план изучения дисциплины

№ п/п	Раздел программы	Виды занятий и трудоемкость их изучения								Формируемые компетенции
		Лекции		Практические (лабораторные) занятия		Промежуточный контроль		Самостоятельная работа		
		очно	заочно	очно	заочно	очно	заочно	очно	заочно	
1.	Модуль 1 (1 курс - 2 семестр)									
1.1.	Введение в анализ	6		10				24	20	ОПК-2
1.2.	Предел и непрерывность	6	2	8	4			20	33	ОПК-2
	Рубежный контроль						6			ОПК-2
2.	Модуль 2									
2.1.	Производная и дифференциал	6	2	8	4			20	36	ОПК-2
2.2.	Приложение производной и дифференциала	6	2	10	2			20	36	ОПК-2
3	Модуль 3 (2 курс - 3 семестр)									
3.1.	Функции нескольких переменных	6	2	4	2			20	36	ОПК-2
3.2.	Неопределенный интеграл	6	2	12	2			20	20	ОПК-2
4	Модуль 4									
4.1.	Определенный интеграл	6	2	10	2			20	30	ОПК-2
4.2.	Дифференциальные уравнения	6	2	10	4			24	30	ОПК-2
	Промежуточный контроль						7			ОПК-2
	Итоговая аттестация (экзамен)									
	ИТОГО	48	14	72	20		13	168	241	

5.3. Тематика практических (лабораторных) занятий

№ п/п	Раздел программы	Тема практического (лабораторного) занятия	Задания или вопросы для обсуждения	Учебно-методические материалы
1.	Модуль 1 (1курс - 2 семестр)			
1.1.	Введение в анализ	<p>Тема занятия 1. Числовые и точечные множества на числовой оси. Абсолютная величина действительного числа. Ограниченные числовые множества, их точные границы.</p> <p>Тема занятия 2. Область определения и значения функции. Монотонные, четные, нечетные, ограниченные, периодические, сложные и обратные функции.</p> <p>Тема занятия 3. Основные элементарные функции и их свойства.</p>	Задачи [4]: с.21-26. [14] с.132-137.	[3-7],[9],[13],[14]
1.2.	Предел и непрерывность	<p>Тема занятия 1. Числовая последовательность, её предел. Операции над пределами сходящихся последовательностей. Предел монотонной последовательности. Число e. Натуральные логарифмы.</p> <p>Тема занятия 2. Предельные точки множества. Предел функции в точке. Различные случаи пределов. Односторонние пределы.</p> <p>Тема занятия 3. Первый и второй замечательные пределы. Бесконечно малые и большие функции, их свойства. Операции над пределами функций.</p> <p>Тема занятия 4. Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность суммы, произведения и частного. Точки разрыва функции и их классификация.</p>	Задачи [4]:с.26-43, [14]с.137-177	[3-7],[9],[13],[14]

		Непрерывность основных элементарных функций.		
2	Модуль 2			
2.1.	Производная и дифференциал функции	<p>Тема занятия 1. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной и экономический смысл производной.</p> <p>Тема занятия 2. Производная суммы, произведения и частного. Производная сложной и обратной функций. Производные основных элементарных функций. Таблица производных.</p> <p>Тема занятия 3. Параметрическое задание функции и её дифференцирование. Производная сложной функции.</p> <p>Тема занятия 4. Дифференциал функции. Приложение дифференциала к приближенным вычислениям.</p> <p>Тема занятия 5. Производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>Тема занятия 6. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопитала.</p>	Задачи [4]:с.43-57, [14]с.177-191	[3-7],[9],[13],[14]
2.2.	Приложение производной.	<p>Тема занятия 1. Условия возрастания и убывания функции.</p> <p>Тема занятия 2. Экстремум. Необходимое и достаточные условия экстремума.</p> <p>Тема занятия 3. Наибольшее и наименьшее значения функции.</p> <p>Тема занятия 4. Выпуклость и точки перегиба функции. Асимптоты.</p> <p>Тема занятия 5. Общая схема исследования функции и построение ее графика.</p>	Задачи [4]:с.57-69, [14]с.191-217	[3-7],[9],[13],[14]
3	Модуль 3 (2 курс - 3 семестр)			

3.1.	Функция нескольких переменных	<p>Тема занятия 1. Понятие области. Функция нескольких переменных, её предел и непрерывность. Частные производные.</p> <p>Тема занятия 2. Дифференцируемость и полный дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование сложной функции.</p> <p>Тема занятия 3. Неявные функции, их существование и дифференцирование. Экстремум функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент.</p>	Задачи [4]:с.69-92, [14]с.313-337.	[3-7],[9],[13],[14]
3.2.	Неопределенный интеграл	<p>Тема занятия 1. Первообразная функция и неопределенный интеграл. Таблица интегралов.</p> <p>Тема занятия 2. Непосредственное интегрирование. Метод подведения под знак дифференциала. Метод интегрирования по частям. Интегрирование методом замены переменной.</p> <p>Тема занятия 3. Интегрирование рациональных, тригонометрических, иррациональныхвыражений.</p>	Задачи [5]:с3-20., [14]с.233-253	[3-7],[9],[13],[14]
4	Модуль 4			
4.1.	Определенный интеграл	<p>Тема занятия 1 Определение и свойства определенного интеграла. Теорема о среднем значении.</p> <p>Тема занятия 2. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.</p> <p>Тема занятия 3. Среднее значение функции. Оценка определенного интеграла. Площади плоских фигур. Длина дуги плоской кривой.</p>	Задачи [5]:с21-38., [14]с.254-278.	[3-7],[9],[13],[14]

		Объем тела вращения. Статистические моменты и центр тяжести. Тема занятия 4. Экономические приложения определенного интеграла.		
4.2.	Дифференциальные уравнения	Тема занятия 1. Задачи, приводящие к обыкновенным ДУ. Задача Коши. Интегрируемые виды. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Тема занятия 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение. Тема занятия 3. ОЛДУ-2 с постоянными коэффициентами и их решения. НЛДУ-2 и их решения. ДУ колебаний.	Задачи [5]:с38-59., [14]с.280-312.	[3-7],[9],[13],[14]

5.1. Самостоятельная работа студентов

Самостоятельная работа проводится с целью углубления знаний по дисциплине. Планирование времени на самостоятельную работу, необходимого на изучение дисциплины, студентам лучше всего осуществлять на весь период изучения, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников, представленных в рабочей программе. При работе с указанными источниками рекомендуется составлять краткий конспект материала, с обязательным фиксированием библиографических данных источника.

Основные направления самостоятельной работы:

- ознакомление и проработка рекомендованной литературы, работу с электронно-библиотечными системами, включая переводы публикаций из научных журналов, цитируемых в базах Scopus, Web of Science, Chemical Abstracts, РИНЦ;
- подготовка к лекционным и семинарским занятиям;
- подготовка к выполнению контрольных работ по материалу лекционного курса;
- изучение литературы, информационных источников в интернете и архивных документов.

Задания для самостоятельного выполнения представлены в Приложении 1 (Фонд оценочных средств).

6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Математический анализ». Перечень видов оценочных средств соответствует рабочей программе дисциплины. Оценочные средства представлены в Приложении 1 в виде Фонда оценочных средств (ФОС) для проведения текущей и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине и включает в себя:

- описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания;
- типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе изучения данной дисциплины;
- методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Формирование оценки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины осуществляется с использованием балльно-рейтинговой системы оценки знаний обучающихся, требования к которым изложены в Положении о модульно-рейтинговой системе оценки знаний студентов ДГИ.

В организации модульно-рейтинговой системы важное место играет принцип распределения баллов по различным видам деятельности студента. Для расчета баллов, полученных студентом за модуль, и итогового рейтинга с учетом трудоемкости дисциплины, включенной в учебный план, из всех показателей выводится средний балл (кроме самостоятельной работы), показатели которой суммируются. Итоговый балл студента по дисциплине, изучение которой рассчитано на несколько семестров определяется как среднее арифметическое итоговых баллов.

Итоговый рейтинг по отдельному модулю учебной дисциплины включает в себя сумму баллов за посещение занятий, активность, рубежный контроль и самостоятельную работу.

Рейтинговые баллы, в общем, по всем модулям за вышеуказанные виды деятельности распределяются следующим образом:

- посещение – максимум 30 баллов, пропорционально посещенным занятиям (начисление баллов за посещение занятия, (вне зависимости от вида: лекция, практическое занятие, и т.д.) осуществляется следующим образом:
- неявка на занятие – 0 баллов;

- посещение занятия – 1 балл;
- активность – 1-20 баллов (за активность на занятии (практическом, семинарском), выраженная в решении определенных стандартных и нестандартных задач, ответах на поставленные преподавателем вопросы и выполненные задания);
- рубежный контроль – 1-20 баллов;
- самостоятельная работа – максимум 30 баллов (реферат – 20 баллов, словарь или кроссворд – 5 баллов, презентация или наглядный материал – 5 баллов).

Для сдачи зачета необходимо набрать минимум 51 балл.

Для допуска к экзамену – необходимо набрать минимум 51 б. Засчитываются на экзамене баллы от 0 до 30 баллов. Окончательная оценка по дисциплине выводится в ведомость с учетом баллов экзамена:

«удовлетворительно» – 51-69,

«хорошо» – 70-84,

«отлично» – 85 и выше.

В течение семестра работа на занятиях семинарского типа (текущий контроль), сдача контрольных точек (рубежный контроль) оценивается преподавателем, ведущим занятия, и баллы заносятся в электронную ведомость.

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В соответствии с требованиями ФГОС реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование при проведении занятий по математическому анализу инновационных (объяснительно-иллюстративное обучение, предметно-ориентированное обучение, профессионально-ориентированное обучение, проектная методология обучения, организация самостоятельного обучения, интерактивные методы обучения) и традиционных (лекция-визуализация, лекция-презентация, компьютерные симуляции, практическая работа, самостоятельная работа) технологий обучения.

8. ПЕРЕЧЕНЬ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

В процессе изучения дисциплины, подготовки к лекциям и выполнению практических работ используются персональные компьютеры с установленными стандартными программами MS Office (Microsoft Office Word — текстовый процессор, Microsoft Office Excel — табличный процессор,

Microsoft Office PowerPoint — приложение для подготовки презентаций) и доступом к Internet-ресурсам посредством Интернет-браузеров (Opera, Google Chrome, Yandex и др.), что должно позволить студенту:

- осуществлять поиск информационных источников в сети Internet;
- реализовывать педагогическое взаимодействие;
- участвовать в виртуальных интеллектуальных конкурсах студентов;
- проходить компьютерное тестирование;
- использовать в учебном процессе информационно-коммуникационные средства (смартфоны, планшеты, телевизоры, удаленный доступ к учебно-методическим материалам) и т.п.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИН

Для проведения занятий по дисциплине необходимо иметь:

- учебную аудиторию для проведения занятий лекционного типа и занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенную специализированной мебелью, видеопроекционным оборудованием, экраном, средствами звуковоспроизведения, выход в сеть Интернет и локальную сеть вуза, а также наборами демонстрационного оборудования и учебных наглядных пособий, обеспечивающие тематические иллюстрации;
- учебную аудиторию для самостоятельной работы обучающихся, 14 автоматизированных рабочих мест с выходом в сеть Интернет и доступом в электронную информационно-образовательную среду.

Таблица 5

Технические средства обучения

№	Наименование мебели и оргтехники	Учебное помещение		
		для чтения лекций	для проведения практ. занятий	для проведения лабор. работ
1.	Мультимедиапроектор, 1 ед.	1	1	1
2.	Проекционный экран, 1 ед.	1	1	1
3.	Ноутбук, 1 ед.	1	1	1
4.	Персональные компьютеры, 20 ед.		1	1
5.	Интерактивная доска, 1 шт	1	1	1
6.	Лазерная указка, 1 шт.	1	1	1

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебно-методическое обеспечение дисциплины составляет:

- рабочая программа дисциплины;

- оценочные средства;
- презентации;
- программные средства (Microsoft Windows, Microsoft Office);
- методические рекомендации по выполнению учебных заданий и по их контролю;
- алгоритмов решения задач;
- наглядные пособия, таблицы, схемы и т.п.

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЕМЫМ

Работая с лекциями и учебником, студент накапливает необходимый учебный материал, который подлежит изучению.

Изучение математики означает:

- 1) изучение математических понятий и их свойств;
- 2) изучение методов и технологий доказательств теорем и решений математических задач, а также творческое овладение этими методами и технологиями.

При доказательстве теорем, решении задач и примеров мы оперируем математическими понятиями и их свойствами. Поэтому без преувеличения можно сказать, что понимание математики начинается с понимания определений математических понятий.

Изучая определения понятий (теоремы), постарайтесь избегать простого механического запоминания их формулировок (и доказательств) без понимания их смысла. Механическое заучивание быстро забывается. Дословное воспроизведение доказательства теоремы или благополучное решение задачи путем механического применения математических формул (или по аналогии с решенными задачами) часто студентом воспринимается как признак усвоения учебного материала.

Каждое определение необходимо всесторонне осмыслить, привлекая для этого аппарат геометрии (числовая ось, координатная плоскость, графики и т.д.) и консультируясь у преподавателя.

Важным критерием усвоения теории являются творческое овладение технологией конструирования доказательств теорем и умение решать задачи на базе данной теории. К доказательству теорем и решению задач следует приступить только после того, как убедитесь в том, что вы четко поняли их условия и требования, и выяснили, какие нужно для этого использовать формулы, понятия и их свойства.

Для решения задачи весьма полезно предварительно составить план (алгоритм) решения. Решения следует излагать подробно, обосновывая каждый этап решения, исходя из теории.

Запоминать доказательства всех теорем трудно. Надо запомнить метод и схему доказательства. Причем очень важно уметь кратко записывать логической символикой определения понятий, формулировки теорем и их доказательства.

Изучение учебного материала завершается самопроверкой. После изучения определенной темы (естественно, и решения достаточного количества соответствующих примеров и задач) рекомендуется воспроизвести по памяти определения, выводы формул, формулировки и доказательства теорем. Все это записывать на бумаге и убедиться в их правильности, сравнивая записанное с лекциями или учебником. Для самопроверки можно использовать также контрольные вопросы, приведенные в учебнике после каждой темы или каждого раздела.

Если осмысленно умеете пользоваться определениями понятий и их свойствами при доказательстве теорем и при решении задач и свободно можете рассказать своему преподавателю или однокурснику изученный в ходе самостоятельной работы материал, то можете быть уверенными в том, что вы усвоили учебный материал.

Высокое качество подготовки специалистов немыслимо без активности и самостоятельности в познавательной деятельности самых студентов. Именно самостоятельная работа позволяет студенту выявить элементы практической деятельности во время занятий, предусмотренных расписанием, а также самостоятельную работу, осуществляемую в свободное от обязательных аудиторных занятий время. Поэтому как минимум нужно знать:

- обучение студентов методам самостоятельной работы над различными учебными материалами;
- методическое руководство самостоятельной работой студента;
- определение трудоемкости заданий на самостоятельное выполнение и многое другое.

Указывается перечень учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также методические материалы на бумажных и/или электронных носителях, выпущенные кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий:

- рабочие тетради студентов;
- наглядные пособия;
- глоссарий (словарь терминов по тематике дисциплины);
- тезисы лекций,
- раздаточный материал и др.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом в объеме не менее 50-70% от общего количества часов, должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Задания для самостоятельной работы составляются по разделам и темам, по которым не предусмотрены аудиторные занятия, либо требуется дополнительно проработать и проанализировать рассматриваемый преподавателем материал в объеме запланированных часов.

Задания по самостоятельной работе могут быть оформлены в виде таблицы с указанием конкретного вида самостоятельной работы:

Самостоятельная работа должна носить систематический характер, быть интересной и привлекательной для студента.

Результаты самостоятельной работы контролируются преподавателем и учитываются при аттестации студента (зачет, экзамен). При этом проводятся: тестирование, экспресс-опрос на семинарских и практических занятиях, проверка письменных работ и т.д.

12. ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

12.1. Обязательная литература

1. Пантелеев, А. В. Математический анализ : учебное пособие / А.В. Пантелеев, Н.И. Савостьянова, Н.М. Федорова. — Москва : ИНФРА-М, 2021. — 502 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1077332. - ISBN 978-5-16-016008-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1219350> (дата обращения: 03.03.2022). – Режим доступа: по подписке.

2. Балдин, К. В. Математический анализ: учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев ; под общ. ред. К. В. Балдина. - 4-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2020. - 361 с. - ISBN 978-5-9765-2067-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1145338> (дата обращения: 03.03.2022). – Режим доступа: по подписке.

3. Баврин И.И., Матросов В.Л. Высшая математика. М.: «Академия», 2012, - 616с.

4. Гасанбекова Е.М. Математический анализ. Махачкала, ИПЦ ДГПУ, 2015.

5. Зайнулабидов Г.М., Зайнулабидова З.М., Математика, Махачкала, ДГПУ, 2012.

6. Зайнулабидов Г.М., Практикум по математике. Часть 1. Махачкала, ДГПУ, 2015.

7. Зайнулабидов Г.М., Гасанбекова Е.М. Практикум по математике. Часть 2. Махачкала, ДГПУ, 2016.

8. Зайнулабидов Г.М, Гусейнов Б.М. Краткий курс математики для экономического бакалавриата. Часть 1. Махачкала, Малая полиграфия, 2017.

9. Зайнулабидов Г.М. Краткий курс математики для экономического бакалавриата. Часть 2. Махачкала, Малая полиграфия, 2017

10. Ключин В.Л. Высшая математика для экономистов. – М.: изд. «Юрайт», 2013. – 447с.

11. Ключин В.Л. Высшая математика для экономистов. Задачи, тесты, упражнения. М.: изд. «Юрайт», 2013. – 105с.

12.2. Дополнительная литература

1. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – Спб.: изд. «Лань», 2009.
2. Кремер Н.Ш. Математика для экономистов: от Арифметики до Эконометрики. М.: изд. «Юрайт», 2012.
3. Кремер Н.Ш.. Высшая математика для экономистов, М.: изд. «Юрайт», 2012.
4. Попов А.М. Математический анализ и дифференциальные уравнения. М.: «Инеп», 2009
5. Хуснутдинов Р.Ш. Жухарев Р.А. Математика для экономистов в примерах и задачах. – Спб.: «Лань», 2012.
6. Черняк А.А., Черняк Ж.А. Высшая математика для инженерно-экономических специальностей. – Спб.:изд. «Харвест», 2008.

12.3. Интернет-ресурсы

1. allmath.ru.
2. MathSerfer.com
3. math-portal.ru
4. gendocs.ru
5. **Mathcad 14 – www.ptc.com**

12.4. Электронные учебники:

1. Баврин И.И., Мотросов В.Л. Высшая математика – twirpx.com
2. Попов А.М., Сотников В.Н. Высшая математика для экономистов - urait.ru
3. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов, 2010 - pdf - depositfiles.
4. Черняк А.А., Черняк Ж.А. Высшая математика для инженерно-экономических специальностей - twirpx.com.

**ЛИСТ ПЕРЕУТВЕРЖДЕНИЯ (АКТУАЛИЗАЦИИ) РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ
ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.03.03 Математический анализ

Учебный год	Внесенные изменения	Преподаватель (ФИО)	Протокол заседания кафедры (дата, номер), ФИО зав. кафедрой, подпись

Примечание:

В таблице указывается только характер изменений (например, изменение темы, списка источников по теме или темам, средств промежуточного контроля) с указанием пунктов рабочей программы. Само содержание изменений оформляется приложением по сквозной нумерации.



Образовательная автономная некоммерческая организация
высшего образования

«Дагестанский гуманитарный институт»

Адрес: 367000, Республика Дагестан, г. Махачкала, ул. Дахадаева, 136; ОГРН 1180571012203; ИНН 0572020227 /
КПП 057201001, тел. +7 (8722) 94-00-60, e-mail: mail@daggum.ru, контактное лицо: Магомедова З. Р.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ

Б1.О.03.03 Математический анализ

Направление подготовки	38.03.01 Экономика
Профиль подготовки	бухгалтерский учет, анализ и аудит
Квалификация (степень) выпускника	бакалавр
Формы обучения:	очная; заочная

Махачкала, 2025

1. ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ, ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Фонд оценочных средств (ФОС) является неотъемлемой частью рабочей программы дисциплины «Математический анализ» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений, обучающихся (в т.ч. по самостоятельной работе студентов, далее — СРС), освоивших программу данной дисциплины.

Целью фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика.

Рабочей программой дисциплины «Математический анализ» предусмотрено формирование следующей компетенции: ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач

2. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ, ФОРМИРУЕМЫХ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Описание показателей и критериев оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины (модуля), и используемые оценочные средства приведены в нижеприведённых таблицах.

Перечень оценочных средств, рекомендуемых для заполнения таблицы 1 (в ФОС не приводится, используется только для заполнения таблицы).

1. Тест (для текущего контроля)
2. Решение задач (заданий)
3. Контрольная работа

Перечень оценочных средств по необходимости может быть дополнен.

2.1. Перечень компетенций

Компетенции/контролируемые этапы	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции	Показатели	Наименование оценочного средства
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ	ОПК-2.1. Знает основные принципы и инструменты математического анализа и статистики для сбора и обработки данных при решении поставленных экономических задач.	Знает основы математического анализа, необходимые для дальнейшего изучения последующих дисциплин, предусмотренных базовым и рабочим учебными планами. Умеет применять методы математического анализа для решения задач, возникающих в дисциплинах,	Тест, решение задач (заданий), контрольная работа

данных, необходимых для решения поставленных экономических задач.	<p>ОПК-2.2. Умеет применять статистические методы сбора и обработки данных, анализировать и содержательно интерпретировать их для решения поставленных экономических задач, а также применять методы математического анализа и моделирования для сбора и обработки данных при решении поставленных экономических задач.</p> <p>ОПК-2.3. Владеет статистическими и математическими методами и моделями для решения поставленных экономических задач.</p>	<p>использующих соответствующие методы.</p> <p>Владеет навыками применения современного инструментария дисциплины.</p>	
---	---	--	--

2.2. Шкала оценивания

4-балльная шкала (уровень освоения)	Отлично (повышенный уровень)	Хорошо (базовый уровень)	Удовлетворительно (пороговый уровень)	Неудовлетворительно (уровень не сформирован)
100-балльная шкала	85-100	70-84	51-69	0-50
Бинарная шкала	Зачтено			Незачтено

2.3. Оценивание выполнения практических заданий

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	1. Полнота выполнения практического задания. 2. Своевременность выполнения задания.	Студентом задание решено самостоятельно. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логических рассуждениях, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задание решено рациональным способом.
Хорошо (базовый уровень)		Студентом задание решено с подсказкой преподавателя. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логическом

	3. Последовательность и рациональность выполнения задания. 4. Самостоятельность решения. 5. и т.д.	рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задание решено нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом задание решено с подсказками преподавателя. При этом задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задание решено не полностью или в общем виде.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом задание не решено.

2.4. Оценивание выполнения тестов

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	1. Полнота выполнения тестовых заданий.	Выполнено 85-100% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос;
Хорошо (базовый уровень)	2. Своевременность выполнения. 3. Правильность ответов на вопросы.	Выполнено 70-84% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос; однако были допущены неточности в определении понятий, терминов и др.
Удовлетворительно (пороговый уровень)	3. Самостоятельность тестирования.	Выполнено 51-69% заданий предложенного теста, в заданиях открытого типа дан неполный ответ на поставленный вопрос, в ответе не присутствуют доказательные примеры, текст со стилистическими и орфографическими ошибками.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Выполнено 0-50% заданий предложенного теста, на поставленные вопросы ответ отсутствует или неполный, допущены существенные ошибки в теоретическом материале (терминах, понятиях).

2.5. Требования к реферату

Рефераты не предусмотрены.

2.6. Оценивание ответа на зачете

2-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
<p>Зачтено (удовлетворительный уровень знания)</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Полнота изложения теоретического материала. 2. Полнота и правильность решения практического задания. 3. Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий). 4. Самостоятельность ответа. 5. Культура речи. 	<p>Студентом дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.</p> <p>Студентом дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.</p> <p>Студентом дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.</p>
<p>Незачтено (неудовлетворительный уровень знания)</p>		<p>Студентом дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности.</p>

		Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено. Т.е. студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.
--	--	--

2.7. Оценивание ответа на экзамене

4-балльная шкала (уровень освоения)	Показатели	Критерии
Отлично (повышенный уровень)	1. Полнота выполнения задания. 2. Своевременность выполнения задания.	Студентом задание решено самостоятельно. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логических рассуждениях, в выборе формул и решении нет ошибок, получен верный ответ, задание решено рациональным способом.
Хорошо (базовый уровень)	3. Последовательность и рациональность выполнения задания. 4. Самостоятельность решения. 5. И т.д.	Студентом задание решено с подсказкой преподавателя. При этом составлен правильный алгоритм решения задания, в логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок; правильно сделан выбор формул для решения; есть объяснение решения, но задание решено нерациональным способом или допущено не более двух несущественных ошибок, получен верный ответ.
Удовлетворительно (пороговый уровень)		Студентом задание решено с подсказками преподавателя. При этом задание понято правильно, в логическом рассуждении нет существенных ошибок, но допущены существенные ошибки в выборе формул или в математических расчетах; задание решено не полностью или в общем виде.
Неудовлетворительно (уровень не сформирован)		Студентом задание не решено.

3. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

3.1. Практические задания

Модуль 1.

1. Постройте графики функции и перечислите их свойства.

Вариант 1.

а) $y = 2 - 3x$;

б) $y = -3x^2 + 3x - 1$, $x \in [-2; 4]$;

в) $y = 3^x - 6$, $x \in [-3; 2]$.

Вариант 2.

а) $y = 5x - 7$;

б) $y = \log_2 x + 1$, $x \in [1; 8]$;

в) $y = \sqrt{x^2 - 4}$.

Вариант 3.

а) $y = -2x$;

б) $y = x^2 - 4x$, $x \in [-1; 5]$;

в) $y = \sin(-6x)$, $x \in \left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{12}\right]$.

Вариант 7.

а) $y = 4x - 3$;

б) $y = 3 - 3x^3 - 2x$, $x \in [-4; 2]$;

в) $y = \log_9 3^x - 6$, $x \in [-3; 8]$.

Вариант 8.

а) $y = 4x - 4$;

б) $y = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$, $x \in [3; 7]$;

в) $y = \cot\left(4x + \frac{\pi}{4}\right)$, $x \in [0; \pi]$.

Вариант 9.

а) $y = 7 + 2x$;

б) $y = 4 - 2x - x^2$, $x \in [-2; 4]$;

в) $y = 3^x - 6$, $x \in [-3; 2]$.

Вариант 10.

а) $y = 2 + 3x$;

б) $y = -3x^3 + 3x - 1$, $x \in [-1; 3]$;

в) $y = \frac{5}{5 - 5x}$.

Вариант 11.

а) $y = 6x - 7$;

Вариант 4.

а) $y = 2 - 5x$;

б) $y = \tan x$;

в) $y = -\frac{1}{4x}$, $x \in [-3; 1]$.

Вариант 5.

а) $y = -2x + 3$;

б) $y = 2x^2 - 8x + 1$, $x \in [-0; 6]$;

в) $y = \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$, $x \in \left[-\frac{3\pi}{4}; 0\right]$.

Вариант 6.

а) $y = 3x - 3$;

б) $y = -0,25x^2 + 4x$, $x \in [-4; 4]$;

в) $y = \sqrt{x - 1}$.

Вариант 14.

а) $y = 2x + 1$;

б) $y = 2x^2 - 4x + 1$, $x \in [-3; 2]$;

в) $y = \sin x$.

Вариант 15.

а) $y = x + 4$;

б) $y = 0,125x^2 - 1$;

в) $y = -3 \cot x$.

Вариант 16.

а) $y = -4x - 1$;

б) $y = -0,5x^3 + 3$, $x \in [-2; 4]$;

в) $y = 2^x + 2$.

Вариант 17.

а) $y = -x - 7$;

б) $y = \frac{6}{3 - 2x}$, $x \in [-4; 0]$;

в) $y = \sqrt{2x + 8}$, $x \in [-4; 4]$.

Вариант 18.

а) $y = 8 - 5x$;

б) $y = \log_4(2x + 2), x \in [0; 7];$

в) $y = \frac{1}{\sqrt{3 \sin x}} x \in \left[\frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right].$

Вариант 12.

а) $y = 6x - 10;$

б) $y = x^3 - x^2 - x - 1, x \in [-1; 3];$

в) $y = \frac{4}{x^2 + 2}.$

б) $y = x^2 + 3x + 1;$

в) $y = \log_{0,5} x - 3.$

Вариант 19.

а) $y = x + 6;$

б) $y = 7 - 3x^2, x \in [-3; 3];$

в) $y = \sin \left(4 \left(x + \frac{\pi}{2} \right) \right).$

2. Вычислите пределы.

Вариант 1.

а) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 3x);$

б) $\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x^4 - 50x^2 + 625}{(x-5)^2} \right);$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^3 + x^2 - 2}{x^3 - x} \right).$

Вариант 2.

а) $\lim_{x \rightarrow 12} \left(2 - \frac{3}{x} \right);$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 + 1}{1 + x + x^2} \right);$

в) $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{8x^9 - 2}{2x^9 - x} \right).$

Вариант 3.

а) $\lim_{x \rightarrow 6} \left(x^2 - 7 + \frac{3}{x} \right);$

б) $\lim_{t \rightarrow 7} \left(\frac{t^2 + 5t - 14}{t + 7} \right);$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 3}{\sqrt{x^2 - 9}} \right).$

Вариант 8.

а) $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\sqrt{x^2 + x^3} \right);$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{\sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}} \right);$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^5 + x^4 + 4x^3}{8x^5 - x^2 - x} \right).$

Вариант 4.

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^6 + x - 6);$

б) $\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{x^4 - 18x^2 + 81}{x^3 + 3x^2 - 9x - 27} \right);$

в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x^2 + 12x + 6}{x^2 + x} \right).$

Вариант 9.

а) $\lim_{x \rightarrow 4} (1 + 2\sqrt{x + 3x});$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{3x} \right);$

в) $\lim_{a \rightarrow \infty} \left(\frac{35a^{14} - a^{10} + 90a^6}{8a^{14} - 17a^{12} - 21} \right).$

Вариант 5.

а) $\lim_{x \rightarrow 9} (5 - 3x);$

б) $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{4 + x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2 - 4x - 8} \right);$

Вариант 10.

а) $\lim_{x \rightarrow -3} \left(10 + \frac{22}{x^3} \right);$

б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{9 \sin 6x}{6x} \right);$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{32x^7 + 16x^5 - 8x^3 + 4x^2 - 2x}{81x^6 - 27x^4 + 9x^2 - 3} \right).$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^7 - 6x^{10} + 90x^6}{(5x^6 + 8)(3x^4 - 3)} \right).$$

Вариант 6.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} (x^4 - 9x^2 + 16);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{50x^2 - 200}{2x^3 - 4x^2 - 8x + 16} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x}{6x^5 - 4x^3 - 2x} \right).$$

Вариант 11.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -9} \left(16x + \frac{90}{x^2} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^x;$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{14x^6 - 6x^{14}}{6x^{14} + 14x^6} \right).$$

Вариант 7.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 2} (x^6 - x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - x);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 12} \left(\frac{5x^2 - 720}{2x^2 - 288} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{17x^5 + x}{68x^5 - 40x^4 + 11x} \right).$$

Вариант 12.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -5} (3x^3 - 55x);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{8x^3 + 20x^2 - 12x}{6x^2 + 18x} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^6 - 2x^3 - 2}{2x + 2x^3 + 2x^6} \right).$$

Вариант 13.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{4}{x} - \frac{5}{x^2} - \frac{6}{x^3} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -8} \left(\frac{5x + 40}{6x + 48} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{30 - 70x^5}{15x + 32x^3 + 40x^5} \right).$$

Вариант 18.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 4} (3x^2 + 3x - 90);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{5x^3 - 20x}{6x - 12} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{45x^2 - 20x - 2}{x^2 + 3x - 4} \right).$$

Вариант 14.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)}{\cos x} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -6} \left(\frac{5x - 6 + x^2}{6x + 36} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-3x^4}{5x + 2x^2 + 12x^4} \right).$$

Вариант 19.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -8} \left(\frac{x^3 + 34x - 2}{4x} - \frac{x^2 - 24}{5x} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 9x}{3x} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^9 - 4x^8 + 5x^7}{x^9 + x^4 - x} \right).$$

Вариант 15.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(3 \cos x - \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right);$$

Вариант 20.

$$\text{а) } \lim_{t \rightarrow 6} \left(t^2 - 5t - \frac{3}{t} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x - x^2}{3x - 3} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-12x^{11} + 8x^{10}}{2x^{11} + 8x^{10}} \right).$$

Вариант 16.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -8} (x^3 + 34x - 21);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{5x^2 - 20}{6x + 12} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{31x^4 - 29x^3 - 23}{19x + 17x^2 + 13x^4} \right).$$

Вариант 17.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 10} \left(\frac{3}{4}x^2 + \frac{4x}{x^2 - 50} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{x^2 - 4}{x + 2} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{29x^2 - 23}{1 - x + x^2} \right).$$

Вариант 23.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{9}{14} + \frac{2}{x - 5} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -12} \left(\frac{x^2 - 9x - 36}{x^3 - 17x^2 + 60x} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{(9x - 23)(2x + 11)}{25 + x^2 + x} \right).$$

Вариант 24.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \pi} \left(\tan \left(\frac{5x}{8} - \frac{5x}{6} + \frac{x}{24} \right) \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x^2 + 8x - 69}{2x^2 - 19x + 45} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 - 15}}{5 + x} \right).$$

Вариант 25.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{8}} \left(\cos \left(\frac{5x}{3} - \frac{5(x+1)}{8} + \frac{x}{5} \right) \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x} \right)^{2x};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^9 - 4x^8 + 5x^7}{x^9 + x^4 - x} \right).$$

Вариант 21.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 10} (\lg x^3 + 3x);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 7} \left(\frac{x^2 - 14x + 49}{x^2 - 12x + 35} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{12x^{12} - 13x^{13} - 3}{17x^{12} + 13x^{11} - 9} \right).$$

Вариант 22.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \frac{2\pi}{3}} (4 \sin^2 x + 3);$$

$$\text{б) } \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{4t + 1}{4t} \right)^{4t};$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 1}{2x - 1} \right).$$

Вариант 28.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow 11} \left(6x^2 - \frac{6}{x - 1} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 11x + 18}{x - 2} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2 + 1}{6x + 1} \right).$$

Вариант 29.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{5}} \left(\tan \left(\frac{5x}{8} + \frac{x}{5} \right) \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x^2 - 11x + 18}{x - 2} \right);$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 12x}{x + 4} \right).$$

Вариант 30.

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{14}{4x + 8} - \frac{6}{x} \right);$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow -14} \left(\frac{x^2 - 4x - 252}{5x^2 + 64x - 84} \right),$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{x^2 - 8x}{x^3 - 31x^2 + 206x - 176} \right),$$

Модуль 2.

Тема: «Производная функции»

Вариант №1.

1. Найдите производную функции:

а) $f(x) = 2x^3 + 7x^2$

б) $f(x) = 3\sin x - \cos x + \operatorname{tg} x$

в) $f(x) = (3x^4 + 1)(2x^3 - 3)$

г) $f(x) = \frac{3 \cos x + 1}{\sin x}$

д) $f(x) = \sqrt{3x^2 - 1}$

2. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если $f(x) = 2x^3 + 6x^2$

3. Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x) = x^2 + 2x - 1$ в точке $x_0 = 1$.

4. Тело движется по закону $x(t) = 2t^2 - 8t + 7$. Определите момент времени, когда скорость тела равна нулю.

5. Прямая $y = 5x - 3$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 2x - 4$. Найдите абсциссу точки касания.

Вариант №2.

1. Найдите производную функции:

а) $f(x) = 5x^3 - 4x^2$

б) $f(x) = 2\sin x + \cos x - \operatorname{ctg} x$

в) $f(x) = (2x^3 + 1)(4x^4 - 2)$

г) $f(x) = \frac{3 \sin x - 1}{\cos x}$

д) $f(x) = \sqrt{2x^2 + 1}$

2. Решите неравенство $f'(x) < 0$, если $f(x) = 4x^3 - 6x^2$

3. Напишите уравнение касательной, проведенной к графику функции $f(x)=x^2-3x+1$ в точке $x_0=2$.

4. Тело движется по закону $x(t)=3t^2-12t+8$. Определите момент времени, когда скорость тела равна нулю.

5. Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

Модуль 3.

Функции нескольких переменных

Задача 1. Найдите частные производные первого порядка

$$z = e^{x^2y} - \frac{2x}{y^2} - \frac{\sqrt{y}}{x}; \quad 1.2 \quad z = x^3\sqrt{y} - xy^2 + 3y^3 \quad \text{№6}$$

$$z = x \operatorname{arctg} \frac{x}{y}; \quad 1.4 \quad z = (\sin x)^y.$$

Решение

$$z = e^{x^2y} - \frac{2x}{y^2} - \frac{\sqrt{y}}{x};$$

Принимая y за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial x}$ и принимая x за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial y}$, находим:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy \cdot e^{x^2y} - \frac{2}{y^2} + \frac{\sqrt{y}}{x^2};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x^2 \cdot e^{x^2y} + \frac{4x}{y^3} - \frac{1}{2x\sqrt{y}}$$

$$z = x^3\sqrt{y} - xy^2 + 3y^3;$$

Принимая y за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial x}$ и принимая x за

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2\sqrt{y} - y^2;$$

постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial y}$, находим:

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x^3}{2\sqrt{y}} - 2xy + 9y^2$$

$$z = x \operatorname{arctg} \frac{x}{y};$$

Принимая y за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial x}$ и принимая x за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial y}$, находим:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \operatorname{arctg} \frac{x}{y} + x \cdot \frac{1}{1+(x/y)^2} \cdot \frac{1}{y} = \operatorname{arctg} \frac{x}{y} + \frac{xy}{y^2+x^2};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = x \cdot \frac{1}{1+(x/y)^2} \cdot \left(-\frac{x}{y^2}\right) = -\frac{x^2}{y^2+x^2}$$

$$z = (\sin x)^y$$

Принимая y за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial x}$ и принимая x за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial y}$, находим:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot (\sin x)^{y-1} \cdot \cos x;$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = (\sin x)^y \cdot \ln(\sin x)$$

Задача 2. Найдите и постройте область определения функции

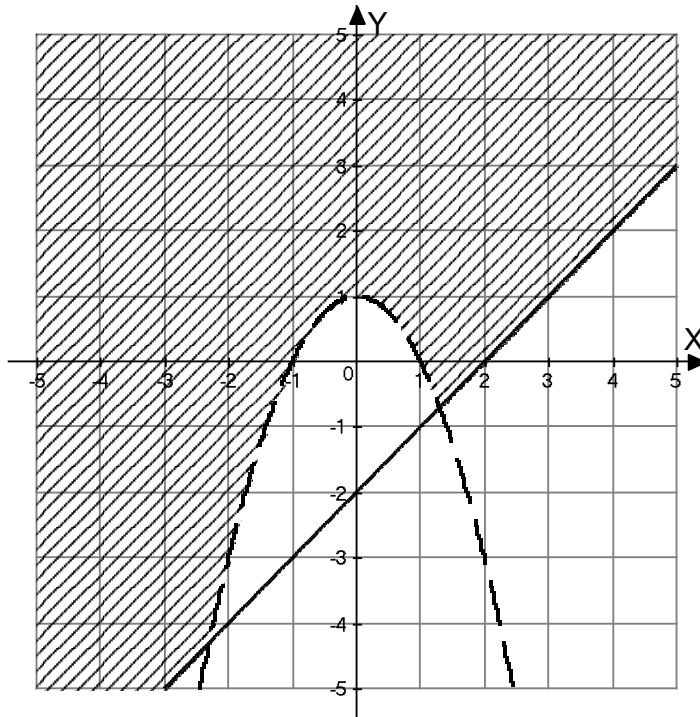
$$z = \sqrt{2-x+y} - \ln(y+x^2-1)$$

Решение

Выражение под корнем не может быть меньше нуля, то есть $2-x+y \geq 0$, откуда $y \geq x-2$. Этому неравенству соответствует область на координатной плоскости, лежащая выше прямой $y = x-2$, включая ее саму.

Выражение под знаком логарифма должно быть больше нуля, то есть $y+x^2-1 > 0$, откуда $y > 1-x^2$. Этому неравенству соответствует область на координатной плоскости, лежащая выше параболы $y = 1-x^2$, не включая ее саму.

Область определения функции определяется пересечением указанных областей. Изобразим ее:



Задача 3. Найдите производную $\frac{dy}{dx}$ от функции, заданной неявно.
 $y \cdot e^{-x} + y \cos(yx) - \ln x = 0$

Решение

Функция задана в виде $F(x, y) = 0$. Частные производные функции:

$$F'_x = -y \cdot e^{-x} - y^2 \sin(yx) - \frac{1}{x};$$

$$F'_y = e^{-x} + \cos(yx) - xy \sin(yx)$$

По формуле $\frac{dy}{dx} = -\frac{F'_x}{F'_y}$ находим:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y \cdot e^{-x} + y^2 \sin(yx) + \frac{1}{x}}{e^{-x} + \cos(yx) - xy \sin(yx)}$$

Задача 4. Найдите полный дифференциал dz функции $z = \arcsin \frac{x}{y}$

Решение

Принимая y за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial x}$ и принимая x за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial y}$, находим частные производные функции:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{\sqrt{1-(x/y)^2}} \cdot \frac{1}{y} = \frac{1}{y\sqrt{y^2-x^2}};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{\sqrt{1-(x/y)^2}} \cdot \left(-\frac{x}{y^2}\right) = -\frac{x}{y\sqrt{y^2-x^2}}$$

Находим полный дифференциал функции:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = \frac{1}{y\sqrt{y^2-x^2}} dx - \frac{x}{y\sqrt{y^2-x^2}} dy$$

Задача 5. Докажите, что функция $z = \ln(x^2 + y^2 + xy)$ удовлетворяет уравнению

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2$$

Решение

Принимая y за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial x}$ и принимая x за постоянную при нахождении $\frac{\partial z}{\partial y}$, находим частные производные функции:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x^2 + y^2 + xy} \cdot (2x + y) = \frac{2x + y}{x^2 + y^2 + xy};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{x^2 + y^2 + xy} \cdot (2y + x) = \frac{2y + x}{x^2 + y^2 + xy}$$

Подставляем их в заданное уравнение:

$$x \cdot \frac{2x + y}{x^2 + y^2 + xy} + y \cdot \frac{2y + x}{x^2 + y^2 + xy} = \frac{2x^2 + xy}{x^2 + y^2 + xy} + \frac{2y^2 + xy}{x^2 + y^2 + xy} = \frac{2x^2 + xy + 2y^2 + xy}{x^2 + y^2 + xy} = 2$$

Это соответствует заданному уравнению, значит функция удовлетворяет

уравнению. **Задача 6. Исследуйте функцию $z = 2xy - 4x - 2y$ на экстремум**

Решение

Находим частные производные функции:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2y - 4; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 2x - 2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial z}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial z}{\partial y} = 0; \end{array} \right.$$

Необходимое условие экстремума:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2y - 4 = 0; \\ 2x - 2 = 0 \end{array} \right.$$

$$x = 1; y = 2$$

$M(1; 2)$ - критическая точка

Частные производные второго порядка:

$$z''_{xx} = A = 0; \quad z''_{yy} = C = 0; \quad z''_{xy} = B = 2$$

$$\text{В точке } M \quad \Delta = AC - B^2 = 0 \cdot 0 - 2^2 = -4$$

В точке $M(1; 2)$ нет экстремума, т.к. $\Delta < 0$.

Задача 7. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^2 + 3y^2 - x + 18y - 4$ в замкнутой области, ограниченной линиями $x = 0; x = 1; y = 0; y = 2$

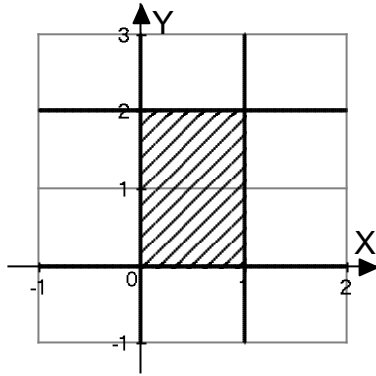
Решение

Частные производные функции: $u'_x = 2x - 1; \quad u'_y = 6y + 18$

Необходимое условие экстремума:

$$\left\{ \begin{array}{l} u'_x = 2x - 1 = 0, \\ u'_y = 6y + 18 = 0; \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 0,5, \\ y = -3 \end{array} \right.$$

$M(0,5; -3)$ - критическая точка, не принадлежит заданной области.
Рассматриваем границы заданной области.



При $y=0$ на отрезке $0 \leq x \leq 1$ функция примет вид: $z = x^2 - x - 4$.

Тогда $z' = 2x - 1$. Критическая точка $x = 0,5$. Значения функции на концах отрезка и к критической точке: $z(0) = -4$; $z(0,5) = -4,5$; $z(1) = -4$.

При $y=2$ на отрезке $0 \leq x \leq 1$ функция примет вид: $z = x^2 - x + 44$.

Тогда $z' = 2x - 1$. Критическая точка $x = 0,5$. Значения функции на концах отрезка и к критической точке: $z(0) = 44$; $z(0,5) = 43,5$; $z(1) = 44$.

При $x=0$ на отрезке $0 \leq y \leq 2$ функция примет вид: $z = 3y^2 + 18y - 4$.

Тогда $z' = 6y + 18$. Критическая точка $y = -3$ не принадлежит отрезку $0 \leq y \leq 2$. Значения функции на концах отрезка: $z(0) = 4$; $z(2) = 44$.

При $x=1$ на отрезке $0 \leq y \leq 2$ функция примет вид: $z = 3y^2 + 18y - 4$.

Тогда $z' = 6y + 18$. Критическая точка $y = -3$ не принадлежит отрезку $0 \leq y \leq 2$. Значения функции на концах отрезка: $z(0) = 4$; $z(2) = 44$.

Сравниваем все найденные значения и находим:

наибольшее значение функции: $z_{\max} = 44$ в точках $(0; 2)$ и $(1; 2)$;

наименьшее значение функции: $z_{\min} = -4,5$ в точке $(0,5; 0)$. Задача 8.

Найдите частные производные второго порядка от данных функций

$$z = e^{xy^2} \quad 8.2 \quad z = x^2 y^4 - xy^2 + 4x^3 - y$$

Решение $z = e^{xy^2}$ Находим частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y^2 \cdot e^{xy^2}; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 2xy \cdot e^{xy^2}$$

Находим частные производные второго порядка:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = y^4 \cdot e^{xy^2};$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4x^2 y^2 \cdot e^{xy^2};$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = 2y \cdot e^{xy^2} + y^2 \cdot e^{xy^2} \cdot 2xy = 2y \cdot (1 + xy^2) \cdot e^{xy^2}$$

$$z = x^2 y^4 - xy^2 + 4x^3 - y$$

Находим частные производные первого порядка:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy^4 - y^2 + 12x^2; \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 4x^2 y^3 - 2xy - 1$$

Находим частные производные второго порядка:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2y^4 + 24x;$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 12x^2 y^2 - 2x;$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = 8xy^3 - 2y$$

Задача 8. Даны комплексные числа $z_1 = 1 + 3i$, $z_2 = 3 - 2i$

Найдите $z_1 + z_2$; $z_1 - z_2$; $z_1 \cdot z_2$; $\frac{z_1}{z_2}$. Ответы представьте в алгебраической форме.

Решение

$$z_1 + z_2 = (1 + 3i) + (3 - 2i) = 1 + 3i + 3 - 2i = 4 + i;$$

$$z_1 - z_2 = (1 + 3i) - (3 - 2i) = 1 + 3i - 3 + 2i = -2 + 5i;$$

$$z_1 \cdot z_2 = (1 + 3i) \cdot (3 - 2i) = 3 - 2i + 9i - 6i^2 = 3 + 7i + 6 = 9 + 7i;$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{1 + 3i}{3 - 2i} = \frac{(1 + 3i)(3 + 2i)}{(3 - 2i)(3 + 2i)} = \frac{3 + 2i + 9i + 6i^2}{9 - 4i^2} = \frac{3 + 11i - 6}{9 + 4} = \frac{-3 + 11i}{13} = -\frac{3}{13} + \frac{11}{13}i$$

Задача 9. Изобразите множество D точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию

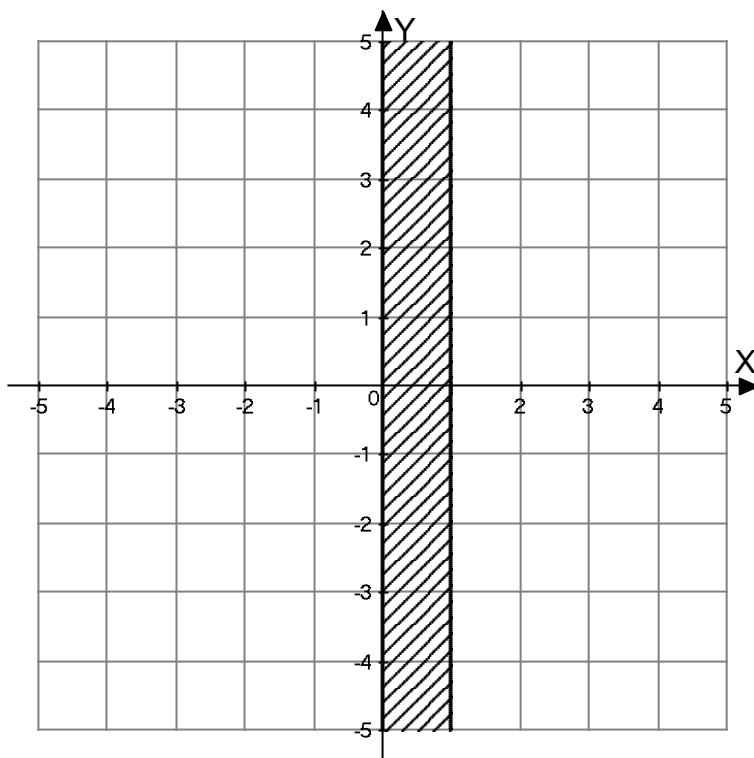
$$1 \leq \operatorname{Re}(z + 1) \leq 2 \quad \text{Преобразуем выражение:}$$

$$z + 1 = (x + iy) + 1 = (x + 1) + iy$$

$\operatorname{Re} z$ означает вещественную часть комплексного числа z .

Значит, $\operatorname{Re}(z + 1) = \operatorname{Re}(x + 1 + iy) = x + 1$. Так как $1 \leq \operatorname{Re}(z + 1) \leq 2$, то $1 \leq x + 1 \leq 2$, или $0 \leq x \leq 1$. Область, соответствующая этому условию,

находится между прямыми $x=0$ и $x=1$.



Тема: «Неопределенный интеграл»

1. Вычислить неопределенный интеграл:

а) $\int (4x^3 - 6x^2 - 4x + 1) dx$

б) $\int (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}) dx$ в) $\int \frac{(3x+1)^2}{x} dx$

г) $\int \frac{2x dx}{x^2 + 1}$ д) $\int \cos 5x dx$

е) $\int \frac{dx}{3 \sin^2 x}$

ж) $\int \frac{\ln x dx}{x^3}$

з) $\int e^{2x} \cos x dx$

и) $\int (2x+3)^4 dx$

$$к) \int (9 - 2x^3)^4 x^2 dx$$

2. Решить задачу:

Уравнение скорости движущейся точки имеет вид $V = 2t - 3$. Найти уравнение движения точки, если к моменту начала отсчета она прошла путь 6 м.

Модуль 4.

Тема: «Определенный интеграл»

Вычислить определённый интеграл.

$$191. \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}} \quad 193. \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x dx \quad 195. \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^3 x \sin 2x dx \quad 197. \int_0^1 \frac{x dx}{1+x^4}$$

$$199. \int_0^1 \frac{x dx}{1+\sqrt{x}} \quad 192. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x dx}{\sin^2 x} \quad 194. \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{\sqrt{8+2x-x^2}} \quad 196. \int_1^2 \frac{dx}{x+x^3}$$

$$198. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 \cos x + 3} \quad 200. \int_{\ln 3}^0 \frac{1 - e^x}{1 + e^x} dx$$

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = 16 - x^2$ и полукубической параболой $y = -\sqrt[3]{x^2}$.

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $r = a(1 + \cos \phi)$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной трёхлепестковой розой $r = a \cos 3\phi$ ($a > 0$).

4. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $2y = x^2$, $2x + 2y = 3$.

Тема: Дифференциальные уравнения»

Найти общее решение $xy^2 y' = x^2 + y^3$

2. Найти частное решение при заданных начальных условиях

$$(2x+y)dy=ydx+4\ln ydy; y(0)=1$$

3. Найти общее решение $y''=y'+x$

4. Найти общее решение $y''+5y=72e^{2x}$

5. Найти общее решение $y''-6y'+13y=34e^{-3x} \sin 2x$

3.2. Тестовые задания

Перечень заданий/вопросов

1. Тесты для проверки уровня знаний студентов

Одним из видов контроля является тестирование, позволяющее оперативно и достаточно определить уровень знаний студента.

Данная работа посвящена теме «Предел функции» и дается в 8 вариантах. Каждый вариант содержит 7 заданий с четырьмя вариантами ответов, один из которых правильный.

Выборочная система ответов обеспечивает возможность экспресс-контроля, т.е. немедленной проверки и оценки выполненного задания.

Задания составлены таким образом, что в них отражены узловые, идейно важные моменты данной темы, на которые следует обратить внимание в первую очередь.

Основное назначение тестовых заданий – помочь преподавателю в проведении систематического и оперативного контроля текущей успеваемости студентов.

Модуль 1.

Вариант 1

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5x + 3)$$

ответы: А) – 3; Б) $\frac{1}{6}$; В) – 4; Г) 8

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 2}{5x^2 + 4}$$

ответы: А) – 3; Б) $\frac{1}{6}$; В) $\frac{1}{8}$; Г) другой ответ

3) Дано:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{2}{3}; \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = -0,3$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x_n - 5}{x_n \cdot y_n}$$

ответы: А) – 15; Б) 15; В) 1,5; Г) – 1,5

4) Вычислите:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+2}$$

ответы: А) 0; Б) 2; В) ∞ ; Г) $\frac{1}{2}$

5) Вычислите:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5+n-3n^2}{4-n+2n^2}$$

ответы: А) 0; Б) $-\frac{3}{2}$; В) 1,5; Г) ∞

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{3x^2 - 9x}$$

ответы: А) $\frac{1}{3}$; Б) $\frac{1}{9}$; В) 0; Г) ∞

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x})$$

ответы: А) ∞ ; Б) 2; В) 0; Г) $-\frac{1}{3}$

Вариант 2

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow -4} (5 - 3x - x^2)$$

ответы: А) 1; Б) – 23; В) – 19; Г) 3

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 1}{x - 3}$$

ответы: А) 1; Б) – 3; В) – 1; Г) 0

3) Дано:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -0,2; \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0,5$$

Вычислите:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x_n \cdot y_n}{5x_n^2 - 2}$$

ответы: А) $\frac{5}{9}$; Б) $-\frac{1}{18}$; В) $-\frac{5}{9}$; Г) $\frac{1}{18}$

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{1 - 5x}$$

ответы: А) 0; Б) $\frac{2}{5}$; В) $-\frac{2}{5}$; Г) ∞

5) Вычислите:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5n + 1}{2n^3 + 3n^2}$$

ответы: А) 0; Б) $\frac{2}{3}$; В) $\frac{3}{2}$; Г) $-\frac{5}{2}$

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$$

ответы: А) $\frac{1}{5}$; Б) 1; В) $-\frac{3}{5}$; Г) ∞

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$$

ответы: А) $-\frac{1}{2}$; Б) ∞ ; В) 1; Г) 0

Вариант 3

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x + 4)$$

ответы: А) 2; Б) -10; В) $-\frac{1}{2}$; Г) $\frac{1}{2}$

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{2x - 6}$$

ответы: А) $\frac{1}{2}$; Б) ∞ ; В) $\frac{3}{2}$; Г) другой ответ

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow \infty} \varphi(x) = 3$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) \cdot \varphi^2(x)}{[f(x) - \varphi(x)]^3}$$

ответы: А) -18; Б) 6; В) -6; Г) ∞

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2 + 3x}$$

ответы: А) 0; Б) $\frac{1}{2}$; В) ∞ ; Г) другой ответ

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x^2 + 2x + 3}$$

ответы: А) $\frac{3}{2}$; Б) 0; В) 3; Г) ∞

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 7x - 6}$$

ответы: А) 1; Б) $\frac{2}{3}$; В) $\frac{1}{7}$; Г) $\frac{5}{2}$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x)$$

ответы: А) -1; Б) $\frac{5}{2}$; В) ∞ ; Г) 5

Вариант 4

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow -3} (5 + 2x + x^2)$$

ответы: А) 20; Б) 8; В) -10; Г) 10

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - x}{4x - 4}$$

ответы: А) 3; Б) $\frac{1}{4}$; В) ∞ ; Г) другой ответ

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 4; \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 2$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f^2(x) \cdot \varphi^3(x)}{2f(x) - 3\varphi(x)}$$

ответы: А) 2; Б) 12; В) $\frac{1}{3}$; Г) 4

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 5x}{x^3 - 3x^2 + 1}$$

ответы: А) 0; Б) 4; В) $-\frac{4}{3}$; Г) ∞

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + x + 1}{0,3x^2 - x}$$

ответы: А) $16\frac{2}{3}$; Б) $\frac{5}{3}$; В) -5; Г) 0

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 8x + 15}$$

ответы: А) 1; Б) $-\frac{1}{2}$; В) 0; Г) ∞

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{x^2 + x + 1} - x \right)$$

ответы: А) -1; Б) ∞ ; В) 0; Г) 1

Вариант 5

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 4)$$

ответы: А) 0; Б) 6; В) 18; Г) 9

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$$

ответы: А) $\frac{5}{3}$; Б) 1; В) 3; Г) -1

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1; \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 3$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\varphi^2(x) - f^2(x)}{2f(x) - \varphi(x)}$$

ответы: А) -2 ; Б) $\frac{1}{3}$; В) 0 ; Г) -8

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$$

ответы: А) 3 ; Б) e^3 ; В) ∞ ; Г) другой ответ

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2}{x^2 - 1}$$

ответы: А) 5 ; Б) $\frac{1}{2}$; В) -1 ; Г) -5

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5}$$

ответы: А) 1 ; Б) $\frac{13}{12}$; В) 2 ; Г) $\frac{1}{2}$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x^2 - 49}$$

ответы: А) $\frac{1}{2}$; Б) 0 ; В) $\frac{1}{84}$; Г) другой ответ

Вариант 6

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow -5} (x - 2x^2 + 1)$$

ответы: А) 4 ; Б) -54 ; В) -24 ; Г) 26

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 - 2x + 1)$$

ответы: А) 6 ; Б) -4 ; В) 2 ; Г) другой ответ

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = -1$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\varphi(x) - f^3(x)}{3\varphi(x) + f(x)}$$

ответы: А) -8 ; Б) 9 ; В) 0 ; Г) $\frac{1}{3}$

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^4}{1 - x^2 - 6x^4}$$

ответы: А) $\frac{1}{6}$; Б) $-\frac{1}{6}$; В) 1 ; Г) -1

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{5x}}$$

ответы: А) $e^{\frac{12}{5}}$; Б) $e^{\frac{12}{5}}$; В) 1; Г) другой ответ

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x - 1}$$

ответы: А) 8; Б) 0; В) ∞ ; Г) 6

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{2 - \sqrt{x - 1}}$$

ответы: А) -4; Б) 0; В) 5; Г) ∞

Вариант 7

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 0} [(2x - 4)(x - 1)(x + 2)]$$

ответы: А) 4; Б) 0; В) 8; Г) -6

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x^3 + x^2 - 8x + 10)$$

ответы: А) 10; Б) 6; В) $-\frac{1}{2}$; Г) 5

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -1; \lim_{x \rightarrow b} \varphi(x) = 4$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{f^2(x) + \varphi^2(x)}{f(x) - 2\varphi(x)}$$

ответы: А) 1; Б) $-\frac{17}{9}$; В) $\frac{1}{2}$; Г) $-\frac{3}{13}$

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20x^2 - 6x + 8}{3x^2 - 4}$$

ответы: А) -5; Б) $\frac{20}{3}$; В) -2; Г) $-\frac{1}{2}$

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{5}{2x}}$$

ответы: А) $-e^{10}$; Б) $e^{\frac{1}{10}}$; В) e^{10} ; Г) другой ответ

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 9x + 20}$$

ответы: А) 1; Б) $\frac{7}{9}$; В) 2; Г) $\frac{1}{2}$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2z}{\sqrt{4+z} - \sqrt{4-z}}$$

ответы: А) $\frac{1}{2}$; Б) 2; В) 4; Г) $-\frac{1}{2}$

Вариант 8

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 1} [(2x + 6)(3x - 1)(5x + 3)]$$

ответы: А) -18; Б) 128; В) 30; Г) -22

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 6x + 1)$$

ответы: А) 0; Б) 11; В) -8; Г) 23

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{1}{2}; \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 2$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{6 \cdot f(x) - 2 \cdot \varphi(x)}{f^2(x) \cdot \varphi(x)}$$

ответы: А) -2; Б) 2; В) $\frac{1}{3}$; Г) другой ответ

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x + 1}{3x^3 + x^2 + 1}$$

ответы: А) 1; Б) 2; В) $\frac{1}{3}$; Г) $\frac{2}{3}$

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2 + 2x}{x^3 - 8x^2 + 1}$$

ответы: А) 5; Б) $\frac{1}{8}$; В) $-\frac{5}{8}$; Г) 2

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9}$$

ответы: А) 1; Б) 2; В) $\frac{4}{3}$; Г) $-\frac{1}{9}$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{3}\right)^{\frac{2}{3x}}$$

ответы: А) $\frac{2}{3}$; Б) $e^{\frac{4}{9}}$; В) $\frac{4}{3}$; Г) $e^{\frac{2}{3}}$

Ответы:

	В-1	В-2	В-3	В-4	В-5	В-6	В-7	В-8
1	А	А	А	Б	Б	Б	В	Б
2	Б	Б	Б	А	В	А	А	В
3	Б	Г	А	Б	Г	Б	Б	А
4	А	В	А	А	Б	А	Б	Г

5	Б	А	В	А	А	Б	В	А
6	Б	А	А	Б	Б	А	В	В
7	Б	А	Б	А	В	А	В	Б

Модуль 2.

Вопрос №1

Производная данной функции это

- А) значение данной функции при $x=0$
- В) новая функция, связанная с данной
- С) максимальное значение данной функции

Вопрос №2

Найдите производную функции $y=x+2x^2$

- А) $x+4$
- В) $\sqrt{2}+x$
- С) $1+4x$

Вопрос №3

Найдите производную функции $y=-4x^3+8x-12$

- А) $-12x^2+8$
- В) $4x^2+8$
- С) $-12x^2-8$

Вопрос №4

Какая из формул является неверной?

- А) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$
- В) $(kx+m)' = k$
- С) $(x+km)' = k$

Вопрос №5

Чему равна производная суммы двух функций?

- А) Произведению производных
- В) Сумме производных
- С) Разности производных

Вопрос №6

Найдите производную функции $y = (-4x^2 + 2x)(2x - x^3)$

- А) $2(2x - x^3)$
- В) $(2x - x^3)(x - 3x)$
- С) нет правильного ответа

Вопрос №7

Найдите производную функции $y = \frac{x^2 - 1}{5 - 4x}$

- А) $\frac{4x^3 + 9x^2 - 4}{5 - 4x}$

- $\frac{-4x^3 + 9x^2 - 4}{(5 - 4x)^2}$
- В) $\frac{x^2}{5} + \frac{1}{4x}$

Вопрос №8

Составьте уравнение касательной к графику функции $y = \frac{2}{x}$ в точке $x_0 = 1$

- А) $y = 2 - x$
 В) $y = -x + 2$
 С) $y = 4 - 2x$

Вопрос №9

Какой знак имеет производная функции на заданном отрезке, если сама функция возрастает?

- А) $f'(x) > 0$
 В) $f'(x) \geq 0$
 С) $f'(x) \leq 0$

Вопрос №10

Точки экстремума функции- это...

- А) точки минимума функции
 В) точки максимума функции
 С) точки, в которых производная функции не существует или равна нулю

Дифференциалы первого и высших порядков

1 вариант

46. Найти дифференциалы первого порядка: $y = (x - 2)^3$.

- А) $dy = 3(x - 2)^2 dx$ В) $dy = (x - 2)^3 dx$ С) $dy = 3(x - 2) dx$ D) $dy = 3(x - 2)^3 dx$

47. Найти дифференциалы второго порядка: $y = e^{3x}$.

- А) $d^2y = 9e^{3x} dx^2$ В) $d^2y = 9e^{3x} dx^2$ С) $d^2y = 3e^{3x} dx^2$ D) $d^2y = -3e^{3x} dx^2$
 E) $d^2y = e^{3x} dx^2$

48. Найти дифференциалы третьего порядка: $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$.

- А) $(3x^2 - 4x + 1) dx^3$ В) $(6x - 4) dx^3$ С) $6 dx^3$ D) $-6 dx^3$ E) $(4 - 6x) dx^3$

Дифференциалы первого и высших порядков

2 вариант

46. Найти дифференциалы первого порядка: $y = (x^2 - 1)^4$.

- А) $dy = 8x(x^2 - 1)^3 dx$ В) $dy = 8x(x^2 - 1) dx$ С) $dy = x(x^2 - 1)^3 dx$ D) $dy = 8x(x^2 - 1)^3 dx$
 E) $dy = 8(x^2 - 1)^3 dx$

47. Найти дифференциалы второго порядка: $y = e^{2x}$.

- А) $d^2y = 4e^{2x} dx^2$ В) C) D)

Модуль 3.

Первообразная и интеграл

Вариант 1

A1. Выберите первообразную для функции $f(x) = 4x - 1$.

- 1) $F(x) = 16x^2 - x$ 2) $F(x) = 2x^2$ 3) $F(x) = 2x^2 - x + 1$ 4) $F(x) = 16x^2$

A2. Какая из данных функций не является первообразной для функции $f(x) = \sin 2x$?

- 1) $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x$ 2) $F(x) = 2 - \frac{1}{2} \cos 2x$ 3) $F(x) = -2 \cos 2x$ 4)

$$F(x) = 4 - \frac{1}{2} \cos 2x$$

A3. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = -5$.

- 1) $-5x + C$ 2) $-5x$ 3) $-5 + C$ 4)
 $5x + C$

Вариант 2

A1. Выберите первообразную для функции $f(x) = 2 - x$.

- 1) $F(x) = 2x - 2x^2$ 2) $F(x) = -0,5x^2 + 2x + 1$ 3) $F(x) = 2 - x^2$ 4)

$$F(x) = -0,5x^2$$

A2. Какая из данных функций не является первообразной для функции $f(x) = \cos 3x$?

- 1) $F(x) = 2 + \frac{1}{3} \sin 3x$ 2) $F(x) = \frac{1}{3} \sin 3x$ 3) $F(x) = 2 - \frac{1}{3} \sin 3x$ 4)

$$F(x) = 4 + \frac{1}{3} \sin 3x$$

A3. Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = -5$.

- 1) $-5x + C$ 2) $-5x$ 3) $-5 + C$ 4)
 $5x + C$

Модуль 4

A4. Вычислите интеграл $\int_0^{\pi} \cos x dx$. 1) π 2) 0 3) 1

4) 2

A5. Вычислите интеграл $\int_{-1}^1 x^6 dx$. 1) $\frac{2}{7}$ 2) 0 3) $\frac{1}{7}$

4) 1

A6. Вычислите интеграл $\int_1^2 \frac{24 dx}{x^2}$. 1) 9 2) -7 3) 8

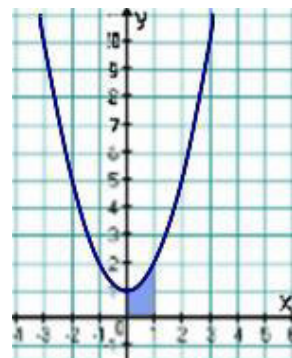
4) 7

A7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$.

- 1) π 2) 0 3) 1 4) 2

A8. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке

1. 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{4}{3}$ 3) 1 4) $\frac{5}{3}$ Рис.



A9. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке

2. 1) $\frac{7}{3}$ 2) $\frac{10}{3}$ 3) $\frac{9}{2}$ 4) $\frac{7}{2}$

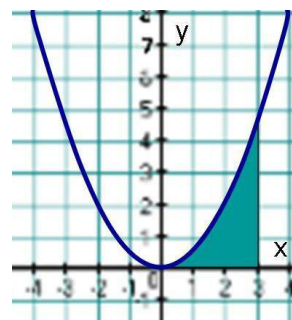


Рис. 2

A10. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 3.

- 1) $\frac{26}{3}$ 2) $\frac{25}{3}$ 3) 8 4) $\frac{29}{3}$

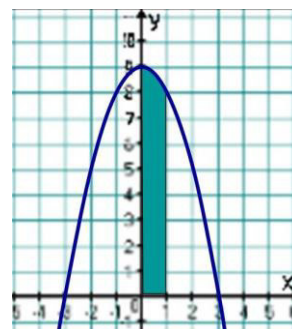


Рис. 3

Вариант 2

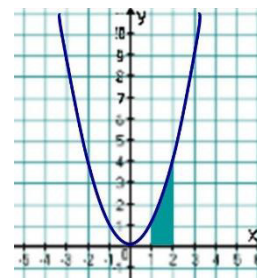
A4. Вычислите интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$. 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) 0 3) 1
4) 2

A5. Вычислите интеграл $\int_{-1}^0 x^5 dx$. 1) $-\frac{1}{6}$ 2) $\frac{5}{6}$ 3) $\frac{1}{6}$
4) -1

A6. Вычислите интеграл $\int_1^2 \frac{16dx}{x^3}$. 1) $\frac{11}{4}$ 2) $\frac{15}{4}$ 3) $\frac{13}{4}$
4) $\frac{17}{4}$

A7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \cos x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$.

- 1) π 2) 0 3) 1 4) 2



A8. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке

- 1) $\frac{5}{3}$ 2) 3 3) $\frac{7}{2}$ 4) $\frac{7}{3}$ Рис.

1

A9. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке

- 1) $\frac{7}{3}$ 2) $\frac{10}{3}$ 3) $\frac{7}{2}$ 4) $\frac{9}{2}$

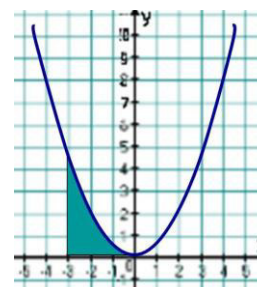


Рис. 2

A10. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 3.

- 1) $\frac{25}{3}$ 2) $\frac{26}{3}$ 3) $\frac{29}{3}$ 4) 8

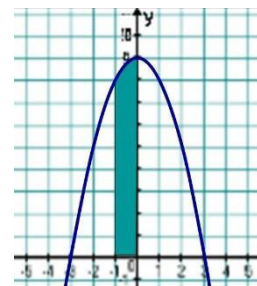


Рис. 3

Ответы:

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										

«Дифференциальные уравнения» (ДУ)

ЧАСТЬ 1(теория)

1. Вставить пропущенное слово

Дифференциальным уравнением (ДУ) называется уравнение, связывающее между собой независимую переменную x , искомую функцию y и её ... или дифференциалы.

- а) интеграл б) производные в) значения функции

2. ДУ первого порядка называется уравнение вида
 а) $F(x, y, y') = 0$ б) $F(x, y', y'') = 0$ в) $ax+b=0$
3. Уравнение вида $y'' + py' + qy = 0$ называется
 а) линейное уравнение б) ДУ с разделяющимися переменными
 в) ДУ второго порядка с постоянными коэффициентами
4. Характеристическое уравнение ДУ имеет вид
 а) $a^2x+c=0$ б) $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ в) $\lambda^2 + p\lambda + q = c(x)$
5. Решение вида: $y = C_1 e^{\lambda x} + C_2 x e^{\lambda x}$ имеет ДУ, если
 а) $\lambda_1 \neq \lambda_2$ б) $\lambda_1 + \lambda_2$ в) $\lambda_1 = \lambda_2$

ЧАСТЬ 2 (практика)

1. Решить уравнение $y' = 6x$

ОТВЕТ: _____

2. Решением ДУ: $y'' - 3y' + 2y = 0$ является

а) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$ б) $y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{2x}$ в) $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{2x}$

3. Решением ДУ: $y'' - 2y' + 2y = 0$ является

а) $y = C_1 e^x \sin x + C_2 e^x \cos x$ ($\alpha = \beta = 1$)

б) $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$

в) $y = C_1 e^{\lambda_1 x} + C_2 e^{\lambda_2 x}$

4. Решить уравнение $5y'' - 7y' + 2y = 0$

ОТВЕТ _____

5. Решить уравнение

а) $y' = 3x^2 + 5$

б) $9y'' - 6y' + y = 0$

(полное решение)

Теорема (вставить формулы)

1. Пусть характеристическое уравнение $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ имеет действительные корни λ_1 и λ_2 , причем $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Тогда общее решение уравнения $y'' + py' + qy = 0$

имеет вид...

2. Если характеристическое уравнение $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ имеет один корень λ (кратности 2, т.е. $\lambda_1 = \lambda_2$), то общее решение уравнения

$y'' + py' + qy = 0$ имеет вид...

3. Если характеристическое уравнение $\lambda^2 + p\lambda + q = 0$ не имеет действительных корней, то общее решение уравнения

$y'' + py' + qy = 0$ имеет вид...

3.3. Темы письменных работ

Письменные работы не предусмотрены.

3.4. Тематика рефератов

Рефераты не предусмотрены.

3.5. Примерные темы эссе

Эссе не предусмотрены.

3.6. Вопросы по учебной дисциплине (модулю) для текущей аттестации обучающихся

Модуль 1.

Учебная тема: введение в анализ: множество действительных чисел. Абсолютная величина числа. Ограниченные множества. Элементарные функции.

1. Решить следующее неравенство: 1) $|5x + 3| \leq 12$;

1) $[-3; 0,18]$; 2) $(-3; \frac{9}{5})$; 3) $(-\infty; 0,18)$; 4) $[-15; 9]$.

2. Выяснить ограниченность следующего множества и найти точные границы: $A = \left\{ \frac{p}{q} \in \mathbb{Q} \mid 0 < p < q \right\}$;

1) $\inf\{A\} = -1, \sup\{A\} = 1$; 2) $\inf\{A\} = 0, \sup\{A\} = 1$;

3) $\inf\{A\} = -1, \sup\{A\} = 0$;

4) $\inf\{A\} = 0, \sup\{A\} = 0,5$.

3. Найти область определения следующей функции:

$$y = \log_2(x^2 - 4x + 3);$$

1) $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$; 2) $(2; 3)$; 3) $[3; +\infty)$; 4) $[2; 3]$.

4. Найти значения $f(2), f(0), f(0,5), f(-3), f(a)$ и построить график

$$\text{функции: } f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{при } x < -1, \\ 2 & \text{при } -1 \leq x \leq 1, \\ -x^2 - 2 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

5. Исследовать на четность следующую функцию:

$$f(x) = x\sqrt{x^2 + 1};$$

1) нечетная; 2) четная; 3) ни четная, ни нечетная;

6. Доказать что для функции $f(x) = \frac{x}{x+1}$ существует обратная функция.

Вопросы	1	2	3	4	5	6
ответы	2	2	1	-	1	-

7. Построить график линейной функции $y = ax + b$, если:

1) $a = -1, b = 0$; 2) $a = 0, b = \sqrt{2}$; 3) $a = 0, b = -2$;

8. Построить графики дробно-линейных функций:

1) $y = \frac{3}{2x}$; 2) $y = \frac{2}{x} + 1$.

9. Построить графики квадратичных функций:

1) $y = -x^2$; 2) $y = -x^2 + 1$; 3) $y = x^2 - \sqrt{3}$; 4) $y = (x + 2)^2$

10. Построить графики следующих функций: 1) $y = \sqrt{x-1} + 1$;

2) $y = \lg(3-x)$; 3) $y = \text{sign} \cos x$; 4) $y = \sqrt{\text{sign} \lg x}$; 5) $y = \begin{cases} |\cos x|, & \text{при } x \leq 0, \\ 2, & \text{при } x > 0; \end{cases}$

Учебная тема: «Предел функции. Непрерывность и точки разрыва функции».

1. Используя определения предела, доказать, что:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{5-3n} = -\frac{2}{3}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 3} (3-2x) = -3$.

2. Вычислить следующие пределы:

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2+n})$;

2) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{3}{x^2+1} - \frac{1}{x^2+x} \right)$;

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$;

4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x-2}-1}{x-1}$;

5) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x+2} \right)^{x+1}$.

1) $-\frac{1}{2}$; 2) 1; 3) $\frac{13}{30}$; 4) $\frac{3}{2}$; 5) $\frac{1}{\sqrt{e}}$.

3. При каком значении a имеет место равенство:

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^5 - 3x^2 + 10}{3x^5 + x + 2} = \frac{1}{2}$?

1) 3; 2) $\frac{3}{2}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $-\frac{3}{2}$.

4. Существует ли предел функции:

$f(x) = \begin{cases} x-1 & \text{при } -2 < x \leq 1, \\ 2-x & \text{при } 1 < x < 3 \end{cases}$

в точках $x = 1$ и $x = 2$?

5. Исследовать следующие функции на непрерывность, установить род точек разрыва и построить их графики:

1) $f(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & \text{при } x < 2, \\ 2 & \text{при } 2 \leq x \leq 3, \\ \lg(x-2) & \text{при } x > 3; \end{cases}$ 2) $f(x) = e^{\frac{1}{x+2}}$.

Модуль 2.

Учебная тема: «Производная, дифференциал».

1. Найдите производную функции $y=8-x^2$, пользуясь непосредственно определением производной.

2. Найдите производные следующих функций:

1) $y=1-2x^3$;

2) $y=\frac{3}{x^2-1}$;

3) $y=2\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt[3]{x}}+5$;

4) $y=x^2(2x-1)$;

5) $y=\arctg\frac{a}{x}$.

6) $y=\sin^3 x$;

1) $6x^2-2x$; 2) $-6x^2$; 3) $-\frac{6x}{(x^2-1)^2}$; 4) $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{3x\sqrt[3]{x}}$; 5) $3\sin^2 x \cos x$; 6) $-\frac{a}{x^2+a^2}$

Напишите уравнение касательной к кривой $y=x^2$ в точке А (2;4). Ответ: $y=4x-4$.

3. Закон движения точки по прямой описывается уравнением $s=t^3-3t^2+3t+5$, где s-путь (в метрах), t-время (в секундах). В какие моменты времени t скорость v точки равна нулю. Ответ: $v=0$ при $t=1$ с.

Вопросы	1	2	3	4
ответы	-	2;3;4;1;6;5	2	1

5. Найдите дифференциал функции $y=\ln\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$.

1. $dy = \frac{dx}{1-x^2}$; 2. $dy = \frac{dx}{1+x^2}$; 3. $dy = \frac{1+x}{1-x^2} dx$; 4. $dy = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \frac{dx}{1-x^2}$.

6. Найдите с помощью дифференциала приближенное значение $\sqrt[3]{1,1}$.

1. 0,345; 2. 1,033; 3. 0,123; 4. 0,2.

7. Найдите производную высших порядков для следующей функции:

$y=x \ln x, y''=?$

1. $\frac{1}{x}$; 2. $-\frac{1}{x^2}$; 3. 0; 4. $\ln x+1$

8. Используя правило Лопиталья, найдите следующие пределы:

1) $\lim \frac{1-\cos x}{x^2}$;

2) $\lim (x^2+1)^{\frac{1}{x}}$.

Выберите правильный ответ:

1. $1\sqrt{2}$; 2. 0; 3. 4; 4. 1

9. Исследуйте на экстремум следующую функцию $y = 2x - x^2$.

10. 1. max при $x=1$ 2. min при $x=-1$; 3. нет экстремума; 4. max при $x=1$, min при $x=-1$.

11. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = x^4 - 8x^2 + 3$ на отрезке $[-2; 2]$. [-13 и 3.]

Модуль 3.

Учебная тема: Понятие функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы функций двух переменных.

1. Найти область определения функций:

$$z = \ln(x^2 - y), z = \frac{x}{x^2 - y^2}, z = \sqrt{x - 2y}.$$

2. Найти и построить линии уровня функций: $z = x^2 + y^2, z = \frac{x}{y}$.

3. Доказать непрерывность функции $z = x^2 + y^2$ в любой точке плоскости XOY.

4. Вычислить пределы: $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{3 - \sqrt{xy + 9}}{xy}$.

1. Найти частные производные

1) первого порядка функций: $z = \arcsin \frac{x}{y}, z = \sqrt{x^2 + y^2}$;

2) второго порядка функции $z = x^3 + 2xy + xy^3 - y^4, z = e^{x^2 + y^2}$.

2. Найти полные дифференциалы функций $z = x^2 + \cos xy, z = \ln(x^2 + y^2)$.

3. Найти полный дифференциал функции $u = x^2 \cos xyz$.

4. Докажите, что функция $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ удовлетворяет

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 1.$$

1. Используя понятие дифференциала, приближенно вычислить $\operatorname{arctg}\left(\frac{1,91}{1,01} - 1\right)$.

2. Написать уравнения касательной плоскости и нормали к параболоиду $z = 4x^2 + 6y^2$ в точке $(1, 1, 10)$.

3. К поверхности $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 11$ проведены касательные плоскости, параллельные плоскости $x + y + z = 1$. Найдите уравнения.

4. Поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 3, z = xy$ проходят через точку $(1, 1, 1)$. Определить угол между ними.

1. Найти градиент функции $u = x^3 + y^2 - xz^2$.

2. Вычислить производную функции $u = x^2 + y^2 + xz^2$ по направлению вектора $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$.
3. Найти производную функции $u = x + y^2 - 3xz$ в точке $(1, 4, 1)$ по направлению, идущему от этой точки к началу координат.
4. Найти направление наискорейшего возрастания функции $u = xy^2z + yz^2 - 3z$ в точке $(3, 2, 1)$
5. Найти точки экстремума функции $z = x^3 + y^3 + 9xy$.
6. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 2x^2 - 2y^2$ в круге $x^2 + y^2 \leq 9$.

Учебная тема: «Неопределенный интеграл».

1. Найти первообразные для следующих функций:

1) $f(x) = 5x^5 + \sin 2x$; 2) $f(x) = x^4 - \frac{1}{1+x^2}$;

3) $f(x) = 7e^{-x} + 4\cos 2x$; 4) $f(x) = \sin 7x + \cos x$

2. Найти неопределенные интегралы:

1) $\int \frac{dx}{3x+4}$; 2) $\int \frac{dx}{-3x+7}$; 3) $\int \frac{dx}{5x-7}$; 4) $f(x) = \frac{1}{1+x^2} + e^{2x}$

3. Заменой переменной найти неопределенные интегралы:

1) $\int \sqrt{3+4\sin x} \cos x dx$; 2) $\int \sqrt{1+2\operatorname{tg}x} \frac{dx}{\cos^2 x}$;

3) $\int \sqrt{2-7\ln x} \frac{dx}{x}$; 4) $\int \sqrt{4+5x^2} x dx$.

4. Интегрированием по частям найти неопределенные интегралы

1) $\int \sqrt{x} \ln^2 x dx$; 2) $\int x^2 e^{-2x} dx$; 3) $\int x^2 \ln x dx$; 4) $\int x \operatorname{arctg} x dx$.

5. Найти интегралы от рациональных функций:

1) $\int \frac{dx}{x^2-3x+2}$; 2) $\int \frac{dx}{x^2-7x+6}$; 3) $\int \frac{dx}{x^2-9x+14}$;

4) $\int \frac{x^2+2}{x^3-1} dx = \int \left(\frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1} \right) dx$;

5) $\int \frac{x^2-2x+5}{(x+1)(x^2-1)} dx = \int \left(\frac{A}{x+1} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{C}{x-1} \right) dx$

6. Найти интегралы с помощью подстановок:

$$1) \int \sqrt{x^3 + x^4} dx; 2) \int \frac{x^5}{\sqrt{1-x^2}} dx; 3) \int \sqrt[3]{x}(7 + 3\sqrt{x})^2 dx;$$

$$4) \int \frac{1}{\sqrt[3]{5-7x^3}} dx; 5) \int \frac{2x^5}{\sqrt{5-2x^2}} dx.$$

7. Найти интегралы, используя подстановки Эйлера.

$$1) \int \frac{3x - \sqrt{x^2 - x + 1}}{1 + x\sqrt{x^2 - x + 1}} dx; 2) \int \frac{x^3 - \sqrt{3 - 2x - x^2}}{x\sqrt{3 - 2x - x^2} + 5} dx.$$

8. Найти интегралы от тригонометрических выражений.

$$1) \int \cos^3 x dx; \quad 2) \int \frac{dx}{\sin x}; \quad 3) \int \frac{dx}{\cos x \cdot \sin x}; \quad 4) \int \operatorname{ctg} x dx.$$

Модуль 4.

Учебная тема: «Определенный интеграл. Дифференциальные уравнения».

Учебная тема: «Определенный интеграл»

1. Найти определенные интегралы:

$$1) \int_{-1}^0 (2\sqrt[3]{x} - 1) dx; \quad 2) \int_0^2 |1 - x| dx; \quad 3) \int_{-1}^1 (\sqrt[3]{x} - \sqrt[5]{x}) dx;$$

$$4) \int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}; \quad 5) \int_{-4}^{-3} (5+x)^2 dx.$$

2. Заменой переменной найти определенные интегралы:

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos^3 x dx; \quad 2) \int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^8 + 1}; \quad 3) \int_1^e \frac{\sin(\ln x) dx}{x};$$

$$4) \int_0^1 x(1+x)^4 dx; \quad 5) \int_0^1 \operatorname{tg} x dx.$$

3. Вычислить интегралы.

$$1) \int_{-12}^{12} \cos 5x \sin^3 x dx; \quad 2) \int_{-5}^5 (x^4 + 3) \sin^7 x dx;$$

$$3) \int_{-3}^3 (x^8 + 1) \sin x dx; \quad 4) \int_{-1}^1 x^5 \sin^{10} x dx.$$

4. Найти среднее значение функций

1) $f(x) = \cos x$ на интервале $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$; 3) $f(x) = x^2$ на интервале $[0;1]$;

2) $f(x) = \sin 2x$ на интервале $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ 4) $f(x) = 1 + x^3$ на интервале $[0;1]$.

Учебная тема: Приложения интеграла.

1. Найти длину дуги кривых

1) $y = x^{3/2} + 1, x \in [0;4]$; 2) $y = x^{3/2} + 3, x \in [0;4]$;

3) $y = x^3, 0 \leq x \leq 1$; 4) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

2. Найти площади фигур, ограниченных линиями :

1) $y = 2x^2 + 1, y = 0, x = -1, x = 1$; 2) $y = \frac{1}{x}, y = x, x = 2$;

3) $y = \sin \frac{x}{3}, y = 0, x = -\pi, x = 2\pi$; 4)

$y = x^4 - 2x^2 + 5, y = 1, x = 0, x = 1$;

5) $y = 2\sqrt{x}, 6 - y = 0, x = 0$.

6) Площадь сектора, ограниченного кривой в полярной форме.

$r = 3\varphi$ от $\varphi = 0$ и $\varphi = 2\pi$

3. Найти объемы тел, ограниченных поверхностью, полученных при вращении вокруг оси Ox линий

1) $y = \frac{1}{2} \sin x, y = 0 (x \in [0; \pi])$; 2) $y = -\frac{1}{3} \sin x, y = 0 (x \in [0; \pi])$

;

3) $y = 2 \sin x, y = 0 (x \in [0; \pi])$; 4) $y = x^3 (0 \leq x \leq 1)$.

4. найти несобственные интегралы:

1) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$; 2) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{2+x^2}$; 3) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(3+x)^2}$; 4) $\int_0^{\infty} e^{-3x} dx$.

Учебная тема: Дифференциальные уравнения первого порядка (ДУ-1), дифференциальные уравнения второго порядка (ДУ-2).

1. Решить д.у.-1: $(y-1)dx - (1-x)dy = 0$; $(x-y)dy = (x+y)dx$; $xy' - 3y - x^2 = 0$.

2. Решить задачу Коши: $y' = y^2, y(-1) = 1$. Построить интегральные кривые и выделить среди них ту, которая является решением задачи Коши.

3. Найти частное решение д.у. $x^2 y' + y^2 = 0$, удовлетворяющее условию $y(-1) = 1$. Придумайте условие, при котором решения не существует.

4. Найти функцию дохода $Y = Y(t)$, если известно, что величина потребления $C(t)$ задается функцией $C = t$, а коэффициент капиталоемкости прироста дохода $b = 0,5, Y(t) = 3$.

1. Решить д.у.: $y'' = \sin x, y'' = -\frac{1}{x^3}$.

2. Используя подстановку $y' = p(x)$, найти решение задачи Коши $y'' = 2y', y(0) = 1, y'(0) = 1$.

3. Выбрав соответствующую подстановку, сведите д.у.-2 к д.у.-1 и решите их: $(1+x^2)y'' - 2xy' = 0, y'' = \frac{6}{y^3}, y(\sqrt{3}) = 2, y'(-\sqrt{3}) = 3$.

4. Найти интегральную кривую д.у. $y'' = x+1$, проходящую через точку $(1,1)$ и касающуюся в этой точке прямой $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

1. Решить уравнения: $y'' - 4y' + 4y = 0, y'' - 5y + 6y = 0, y'' + 25y = 0$.

2. Решить задачу Коши: $y'' + 3y' = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$.

3. Найти интегральную кривую уравнения $y'' - y = 0$, касающуюся в точке $(0,0)$ прямой $y = x$.

4. Найти такую кривую, проходящую через точку $M(0,3)$, чтобы угловой коэффициент касательной в любой ее точке равнялся ординате этой точки, уменьшенной на 2 единицы.

1. Методом неопределенных коэффициентов решить уравнение $y'' - 5y' + 6y = 24x^2 + 16x - 15$.

2. Решить задачу Коши: $y'' + 16y = 24 \sin 4x, y(0) = 1, y'(0) = 7$

3. Решить уравнение $y'' + 5y' + 6y = e^{-x} + e^{-2x}$.

4. Два одинаковых груза подвешены к концу пружины. Найти уравнение движения одного из грузов, если другой сорвется. Увеличение длины пружины под действием одного груза в состоянии покоя равно a , ускорение свободного падения равно g . Считать, что груз сорвался в момент времени $t = 0$.

3.7. Вопросы по учебной дисциплине (1-2 модули) для промежуточной аттестации обучающихся (зачет)

Раздел 1. Введение в математический анализ

1. Какие числа образуют множество действительных чисел?
2. Что называется интервалом?
3. Что называется абсолютной величиной числа?
4. Что такое числовая последовательность?
5. Что называется функцией одной независимой переменной?

6. Что называется областью определения функции?
7. Какие способы задания функции знаете?
8. Назовите основные свойства функции.
9. Какая функция называется возрастающей (убывающей)?

Раздел 2. Пределы и непрерывность

- 1 Что называется числовой последовательностью?
- 2 Определение предела числовой последовательности
- 3 Понятие предела функции в точке
- 4 Связь бесконечно малых величин с пределами функций
- 5 Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами
- 6 Первый «замечательный» предел
- 7 Что называется функцией одной независимой переменной?
- 8 Что называется областью определения функции?
- 9 Какие способы задания функции знаете?
- 10 Назовите основные свойства функции.
- 11 Свойства пределов функций?
- 12 Какая функция называется непрерывной?
- 13 Назовите свойства непрерывных функций.
- 14 Что такое бесконечно большая, бесконечно малая величина?
- 15 Сформулировать первый, второй замечательные пределы.
- 16 Что называется точкой разрыва первого (второго) рода функции?

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

1. Дать определение производной функции.
2. Что называется касательной прямой к линии в данной точке?
3. Вывести формулы для производных всех основных элементарных функций.
4. Что называется дифференциалом функции?
5. Назовите свойства дифференциалов функции.
6. Как берутся производные высших порядков?
7. Сформулируйте теорему Ферма, Коши, Лагранжа.
8. Сформулируйте правило Лопиталя.
9. Как определить точки экстремума функции?
10. Как определить интервал возрастания и убывания функции;
11. Какая функция называется монотонной?
12. Что такое точка перегиба?
13. Дайте определение выпуклой, вогнутой функции?
14. Что такое асимптота? Назовите виды асимптот.
15. Напишите формулу для нахождения дифференциала функции $y = f(x)$.
16. Свойства дифференциала
17. Напишите формулу приближённого вычисления функции с помощью дифференциала.

18. Каков геометрический смысл дифференциала функции?

Раздел 4. Неопределенный интеграл

1. Дайте определение первообразной.
2. Что такое неопределенный интеграл?
3. Геометрический смысл неопределенного интеграла.
4. Свойства неопределенного интеграла.
5. Как проверить результат процесса интегрирования?
6. Назовите основные методы интегрирования?
7. Назовите способы интегрирования рациональных дробей.
8. Назовите способы интегрирования тригонометрических функций.
9. Назовите способы интегрирования иррациональных дробей.

Вопросы по учебной дисциплине (3-4 модули) для промежуточной аттестации обучающихся (экзамен)

1. Понятие определенного интеграла, геометрический и экономический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона Лейбница.

2. Методы вычисления определенного интеграла: подстановкой и по частям.

3. Вычисление площади плоской фигуры с помощью определенного интеграла.

4. Несобственные интегралы 1-го рода, геометрическая интерпретация.

5. Несобственные интегралы 2-го рода, геометрическая интерпретация.

6. Понятие функции двух переменных, её геометрический смысл.

7. Частные и полное приращение функции нескольких переменных.

Функции нескольких переменных в экономической теории.

8. Частные производные первого порядка.

9. Частные производные и дифференциалы высших порядков.

10. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование неявных функций.

11. Полный дифференциал функции нескольких переменных.

12. Экстремум функции двух переменных.

13. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.

14. Метод наименьших квадратов.

15. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.

16. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: основные понятия, формы представления; понятие общего и частного решений, их геометрическая интерпретация; задача Коши, теорема Коши.

17. Определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными, метод его интегрирования.

18. Понятие однородного дифференциального уравнения 1-го порядка, метод его интегрирования.

19. Понятие линейного дифференциального уравнения 1-го порядка. Методы интегрирования.

20. Определение дифференциального уравнения n-го порядка: общее и частное решение; задача Коши, её геометрическая интерпретация для уравнений 2-го порядка.

21. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка, методы их интегрирования.

22. Определение линейного однородного дифференциального уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Вид его общего решения в зависимости от вида

3.7.1. Образец экзаменационного билета

**Образовательная автономная некоммерческая организация высшего образования
«Дагестанский гуманитарный институт»**

Кафедра экономики и информационных технологий

Направление подготовки 38.03.01 Экономика
Профиль – «Бухгалтерский учет, анализ и аудит»

УТВЕРЖДАЮ
Зав. кафедрой ЭиИТ
_____ А.С.Аскеров
« ____ » _____ 2021 г.

Экзаменационный билет №1
по дисциплине «Математический анализ»

1. Понятие функции. Способы задания функций.
2. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
3. Решить задачу Коши: $y'' + 16y = 24\sin 4x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 7$

Составитель

доцент Аскеров А.С.

3.8. Вопросы для самостоятельного изучения

Семестр 2. (модули 1-2)

1. Множества действительных чисел и их свойства. Абсолютная величина (модуль)

действительного числа. Отрезки, интервалы.

2. Числовая последовательность (монотонность, ограниченность).

3. Предел числовой последовательности. Теорема о единственности предела.

4. Свойства сходящихся последовательностей. Арифметические операции над пределами последовательности.
5. Бесконечно-малая последовательность (свойства).
6. Понятие функции. Способы задания функций.
7. Свойства функций (монотонность, ограниченность, четность, периодичность).
8. Элементарные функции. Степенная функция, дробно-рациональная функция (их свойства и графики).
9. Элементарные функции. Показательная и логарифмическая функции (их свойства и графики).
10. Тригонометрические функции (свойства и графики).
11. Обратные тригонометрические функции (свойства и графики).
12. Определение окрестности. Предел функции по Коши, по Гейне.
13. Свойства пределов функции.
14. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства.
15. Односторонние пределы.
16. Первый замечательный предел (вывод формулы).
17. Второй замечательный предел (пример).
18. Непрерывность функции в точке и на отрезке.
19. Непрерывность сложной функции. Непрерывность обратной функции.
20. Разрывы. Классификация разрывов.
21. Свойства функций непрерывных на отрезке.
22. Непрерывность элементарных функций (линейная, степенная, показательная и логарифмическая функции).
23. Задачи, приводящие к понятию производной. Задачи о скорости.
24. Задачи о касательной.
25. Определение производной функции.
26. Механический и геометрический смысл производной.
27. Уравнение нормали.
28. Непрерывность дифференцируемой функции (пример).
29. Производные элементарных функций.
30. Таблица производных. Правила дифференцирования.
31. Производная сложной функции.
32. Производная обратной функции.
33. Параметрически заданная функция и ее производная.
34. Дифференциал функции.
35. Теорема Ферма (без доказательств).
36. Теорема Ролля (без доказательств).
37. Теорема Лагранжа (без доказательств).
38. Теорема Лопиталя.
39. Постоянная функция. Условия постоянной функции.
40. Условия монотонности функции.
41. Экстремумы функций.

42. Достаточные условия экстремума функции.
43. Наибольшее и наименьшее значения функций.
44. Выпуклость и точки перегиба.
45. Асимптоты (горизонтальные, вертикальные, наклонные).
46. Общая схема исследования функции.

Семестр 3. (модули 3-4)

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица интегралов.
4. Метод замены переменной и интегрирование по частям.
5. Интегрирование рациональных выражений.
6. Интегрирование биномиальных дифференциалов.
7. Подстановки Эйлера.
8. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
9. Определенный интеграл.
10. Свойства определенного интеграла.
11. Теорема о среднем значении.
12. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
13. Интегрируемость непрерывных и некоторых разрывных функций.
14. Среднее значение функции.
15. Оценка определенного интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
16. Приложения интегрального исчисления. Длина дуги.
17. Площади плоских фигур.
18. Объем тела вращения.
19. Статистический момент и центр тяжести.
20. Дифференциальные уравнения первого порядка (ДУ-1). Общее решение задачи Коши (начальные условия). ДУ-1 с распределяющимися переменными.
21. Линейные дифференциальные уравнения, уравнения полных дифференциалах, однородные уравнения.
22. Дифференциальные уравнения второго порядка (ДУ-2), допускающие понижение порядка.
23. Линейные ДУ-2 с постоянными коэффициентами, общее решение, задача Коши, методы нахождения общего решения ОЛДУ-2.
24. Неоднородные НЛДУ - 2 и методы нахождения частных решений.
25. Примеры приложений ДУ-2 в технико-технологических и экономических дисциплинах.
26. Понятие области. Функция нескольких переменных, её предел и непрерывность.
27. Частные производные.

28. Дифференцируемость и полный дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков.

29. Дифференцирование сложной функции.

30. Неявные функции, их существование и дифференцирование.

31. Экстремум функции нескольких переменных.

32. Производная по направлению.

33. Градиент функции нескольких переменных.

34. Приложения функции нескольких переменных в экономике.

3.9. Задания для самостоятельного выполнения

Таблица 6

№ п/п	Раздел программы	Кол-во часов	Задания для самостоятельного выполнения	Литература	Формы отчетности и аттестации
1.	Модуль 1				
1.1.	Введение в анализ	24	[4]с.24-25[14]с.156-157	[4]с.25-26[14]с.151-157,[1],[13]	К/р№1[4]с.с.25-26
1.2.	Предел и непрерывность	20	[4]с.32-36[14]с.164-172 [4]с.41-42[14]с.175-176	[4]с.26-43[14]с.157-176, [1],[13]	к/р№2[4]с.с.36-37,к/р№3.с.42-43
2	Модуль 2				
2.1.	Производная дифференциал и	20	[4]с.48-55[14]с.183-185,с.187-188	[4]с.43-55[14]с.177-191, [1],[13]	к/р№4. [4]с.с.55-57
2.2.	Приложение производной дифференциала и	20	[4]с.63-66[14]с.194-195,с.201-202,с.218-226.	[4]с.57-66[14]с.191-216, [1],[13]	к/р№5. [4]с.с.66-69
3	Модуль 3				
3.1.	Функции нескольких переменных	20	[4]с.72-73,с.78-80,с.87-91[14]с.333-337	[4]с.69-91[14]с.313-332, [1],[13]	к/р№6. [4]с.с.91-93
3.2.	Неопределенный интеграл	20	[5]с.17-20[14]с.251-253	[5]с.3-20[14]с.233-251, [1],[13]	к/р№7. [5]с.с.60
4	Модуль 4				
4.1.	Определенный интеграл	20	[5]с.32-38[14].278-284	[5]с.21-38[14]с.25	к/р№8[5]с.с.60-63

				4-278, [1],[13]	
4.2.	Дифференциальные уравнения	20	[5]с.47-50,с.57-59[14]с.307-312	[5]с.50-59[14]с.28 5-306, [1],[13]	к/р№9[5]с.6 3-64

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ И (ИЛИ) ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ.

Каждое практическое занятие состоит из трех последовательно сменяющих друг друга блоков: решения тестовых заданий, обсуждения вынесенных в план вопросов, работы с историческим документом в группах. Тестовые задания представляют собой перечень из нескольких вопросов, каждое из заданий предполагает выбор одного из предлагаемых вариантов ответа. За каждое правильно выполненное соответствующее задание начисляется соответствующий первичный балл.

Устные выступления студентов оцениваются по двум направлениям.

Первое включает в себе степень полноты содержания и предполагает проверку наличия в ответе основных фактов, явлений и процессов, причинно-следственных связей между ними.

Второе предполагает оценивание степени самостоятельности владения материалом, в том числе оригинальности и аргументированности собственных суждений, возможность излагать тезисы и иллюстративную базу с минимальной опорой на заранее подготовленные выписки или вовсе без нее (соответствующий балл).

Работа в группах подразумевает коллективное взаимодействие в формате малых групп, нацеленное на формулировку предложений по разрешению поставленной исторической проблемы, поиск информации в источнике для выработки аналитических суждений.

В экзаменационный билет включено три вопроса. Экзамен проводится в устной или письменной форме. На подготовку и ответ студенту отводится 20 минут.

Для получения удовлетворительной оценки необходимо отразить в ответе не менее 50% информации по каждому из предложенных вопросов.

АННОТАЦИЯ

рабочей программы дисциплины «Б1.О.03.03 Математический анализ»

Цель освоения дисциплины – ознакомить студентов с основами математического аппарата, необходимого для решения как теоретических, так и практических задач, теоретического и прикладного характера; привить студентам умение и навыки к самостоятельному изучению учебной литературы по математическому анализу; развить логическое мышление и повысить общий уровень математической культуры; выработать навыки математического исследования прикладных задач и умение сформулировать задачи по специальности на математическом языке.

Основные задачи дисциплины: подготовить студента к математическому моделированию задач в профессиональной деятельности.

Место дисциплины «Математический анализ» в структуре ОПОП

Учебная дисциплина «Математический анализ» относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла.

Перечень последующих учебных дисциплин, для которых необходимы знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной:

теория вероятностей и математическая статистика; эконометрика; методы оптимальных решений; математические методы и модели в экономике; исследование операций, теория игр и т.д.

1. Планируемые результаты обучения

Формируемые компетенции	Код и наименование индикатора достижения УК
ОПК-2. Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1. Знает основные принципы и инструменты математического анализа и статистики для сбора и обработки данных при решении поставленных экономических задач. ОПК-2.2. Умеет применять статистические методы сбора и обработки данных, анализировать и содержательно интерпретировать их для решения поставленных экономических задач, а также применять методы математического анализа и моделирования для сбора и обработки данных при решении поставленных экономических задач. ОПК-2.3. Владеет статистическими и математическими методами и моделями для решения поставленных экономических задач.

2. Трудоемкость дисциплины

Формы обучения	Виды учебной работы и их трудоемкость					
	Всего	Лекции	Практические занятия	Промежуточный контроль	Самостоятельная работа	Форма аттестации
Очная	288	48	72		168	
2 семестр	144	24	36		84	зачет
3 семестр	144	24	36		84	экзамен
Заочная	288	14	20	13	241	
3 семестр	144	6	8	4	126	зачет
4 семестр	144	8	12	9	115	экзамен